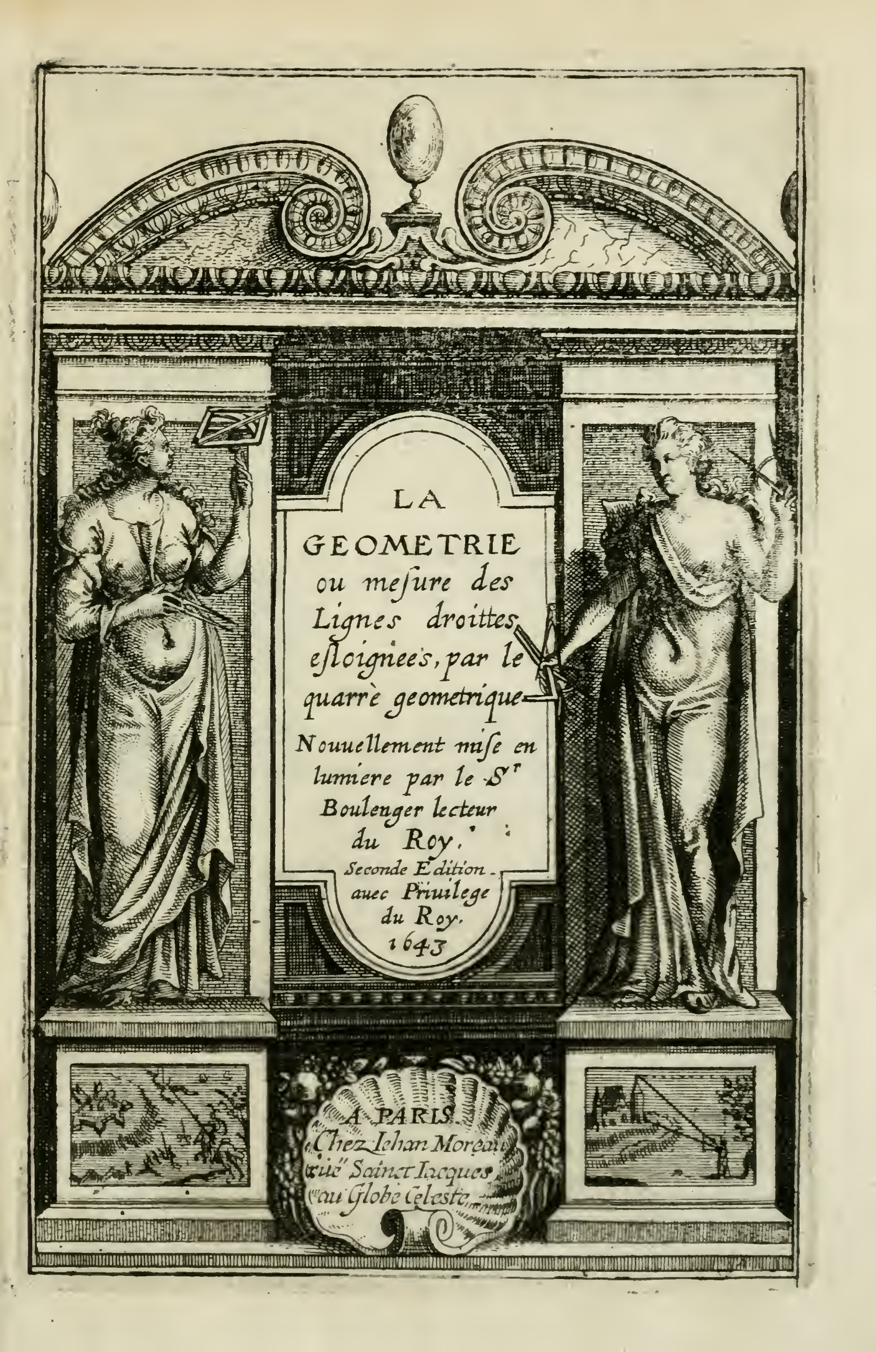



LA
GEOMETRIE
ou mesure des
Lignes droittes
esloignées, par le
quarrè geometrique
Nouuellement mise en
lumiere par le Sr
Boulenger lecteur
du Roy.
Seconde Edition.
auec Priuilege
du Roy.
1643
A PARIS
Chez Iehan Moreau
rüe Sainct Iacques
au Globe Celeste



A TRES-HAVT

ET TRES-PVISSANT PRINCE MONSEIGNEVR LOVYS DE BOVRBON, Comte de Soiſſons, &c. Prince du ſang, Pair & grand Maiſtre de France, Gouuerneur & Lieutenant pour le Roy en Dauphiné.

MONSEIGNEVR,

Voicy vn Traitté de Geometrie tres-vtile en temps de guerre, qui vient au iour apres les publiques acclamations de la Paix. On dira qu'il vient hors de ſaiſon, & que l'occaſion s'eſt paſſée, où il pouuoit eſtre plus recommandable. Cela eſt vray. Si eſt-ce qu'il ne laiſſera d'eſtre bien receu comme ie croy, pource qu'il eſt touſiours bon de faire prouiſion en paix de ce que l'on peut auoir affaire en guerre. Car c'eſt vne choſe tres-aſſeurée, que celuy qui de

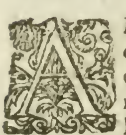
longue main s'addonne à quelque estude, reußit bien plus heureusement à la mettre en prattique que ne fait vn autre, qui ne s'y met qu'en la neceßité, & qui prend conseil seulement, comme on dit, sur l'arene. C'est ce qui rendit Philopœmen Preteur des Acheens si sçauant à bien ranger vne armée. Car ayant recogneu par experience, que plusieurs batailles auoient esté perduës par faute de conduite, appliqua de telle affection son esprit à ceste science, que toutesfois & quantes il alloit par païs, il meditoit tousiours selon l'occurrence des lieux quel auantage il y pourroit auoir, s'il venoit à y rencontrer son ennemy, & se rendit par ce moyen vn des plus grands Capitaines de toute la Grece. Ie veux que cet exercice & meditation soit plus de consequence, & mieux seante à vn grand Prince, que de tirer des allignemens, mesurer la largeur des riuieres & fossez, ou hauteurs des rempars & murailles, qui est ordinairement la charge des Ingenieurs. Si n'est-il hors de raison, qu'il en ait la cognoissance comme vous auez; attendu qu'il y va le plus

ſouuent du ſalut de toute vne armée, quand par faute d'auoir prins iuſtement les meſures, vne bonne entrepriſe retourne à la confuſion du General, comme il arriua à Philippe Roy de Macedoine aßiegeant la ville de Melite, aux Gaulois qui vouloient ſurprendre Milan, & aux Alemans à Caniſe. C'eſt ce qui m'a meu, Monſeigneur, de mettre en lumiere ceſte Geometrie, & la dedier à voſtre grandeur, afin que ſous la protection & ſauuegarde de voſtre authorité, comme Teucer ſous le bouclier d'Ajax elle paroiſſe hardiment en public. C'eſt vne ſcience qui a eſté touſiours fort eſtimée des plus grands Roys & Princes de la terre, comme d'Alexandre le Grand, de Iules Ceſar, de Charlemagne, de Frideric ſecond, de Charles quint, & autres : & en laquelle eux-meſmes ſe ſont aſſez ſouuent exercez. Que ſi vous me faites cet honneur que de la receuoir de bon œil, vous me donnerez courage de faire quelque choſe de plus grand, & à toutes ſortes d'occaſions vous teſmoigner que ie ſuis & ſeray toute ma vie,

Voſtre tres-humble & tres-obeïſſant ſeruiteur,

BOVLENGER.

Au Lecteur.



MY Lecteur, ne t'estonne ie te prie si apres tant de Mathematiciens, qui ont escrit de l'vsage du quarré Geometrique, ie mets en lumiere ce present traitté. Mon dessein n'a pas esté de diminuer la loüange qu'ils ont merité, & moins encore d'obscurcir leur gloire. Chacun en cest endroit abonde en son sens, mais pour dire en verité ce qui m'a incité dauantage à ce faire, a esté vne inclination naturelle, que i'ay tousiours eu à rendre les sciences faciles & methodiques: laquelle chose si i'eusse rencontré dans quelque autheur, fort volontiers ie me fusse exempté de ceste peine. Tu as donc en premier lieu, tout ce que i'ay pensé estre besoin d'expliquer pour se pouuoir seruir de cet instrument. Secondement toutes les propositions reduittes en vn tel ordre qu'il te sera aisé maintenant de resoudre tout ce qu'il te sera proposé. En suitte desquelles i'ay donné l'explication à chacune le plus facilement que i'ay peu, & sur vn sujet où la question pouuoit plus ordinairement arriuer, auec vne reigle apres pour aider à la memoire, laquelle manifeste si clairement la proportion des lignes, que l'on ne peut commettre aucun erreur en l'election des termes. Que te diray-je des figures qui si naïfuement te representent la chose? au lieu que toutes celles des autres ne sont que grossierement faictes, d'où on ne peut rien tirer qui contente ny l'esprit ny la veuë. Quand est des demonstrations, ie ne desire pas, Amy Lecteur, que tu en donnes ton iugement, qu'apres que tu les auras conferées auec celles des autres, pour voir si i'ay fait quelque chose pour ton vtilité ou non. Finalement afin de ne t'amuser auec vne infinité de bastons, regles, esquierres, ombres, & miroirs que tous ont de coustume d'adiouster apres l'explication du quarré, au lieu de tout cela, qui n'est nullement en son lieu, ie te donne trois appendix. Le premier qui compréd en bref l'vsage du quarré que l'on tient en main, si quelqu'vn desire s'en seruir. Le second, vne methode gétille pour mesurer toutes sortes de lignes accessibles & inaccessibles par le moyen de la superficie de l'instrument, qui est diuisée en petits quarrez, où il n'est besoin d'aucun calcul. Le troisiesme vne façon tres-asseurée pour rapporter sur la terre sans aucun nombre les lignes esloignées auec l'vn & l'autre quarré. Ce que i'ay pensé estre beaucoup plus à propos que d'embarasser & grossir ce liure d'vne infinité de propositions qui ne t'eussent iamais peu seruir. Voila mon dessein Amy Lecteur, qui declare assez l'affection que i'ay euë de profiter au public. Ce sera à toy de le prendre en bonne part attendant que ie te donne dans peu de temps ceste Geometrie plus accomplie. A Dieu.

Priuilege du Roy.

LOVYS PAR LA GRACE DE DIEV ROY DE FRANCE ET DE NAVARRE. A nos Amez & feaux Conſeillers les gens tenans nos Cours de Parlemens, Baillifs & Seneſchaux, & à tous autres nos Iuges & Officiers qu'il appartiendra. Salut. Noſtre bien amé Iean Boulenger noſtre Lecteur ordinaire és Mathematiques en noſtre bonne ville & Vniuerſité de Paris, nous a fait remonſtrer qu'il a compoſé vn liure intitulé *la Geometrie ou meſure des lignes droittes eſloignées par le quarré Geometrique,* lequel liure il deſireroit mettre en lumiere & faire imprimer pour l'vtilité & contentement de nos ſujets, mais il craint que quelques autres ne le vouluſſent imprimer ou faire imprimer apres qu'il aura fait beaucoup de deſpence pour le mettre en lumiere, s'il n'auoit ſur ce nos lettres de priuilege & permiſſion humblement requerant icelles. A ces cauſes inclinans liberalement à la requeſte dudit Boulenger, luy auons permis de faire imprimer ledit liure, & par tel Imprimeur que bon luy ſemblera. Et afin de le redimer des fraiz qui luy conuient faire, auons fait, & faiſons inhibitiõs & deffences à tous Imprimeurs & Libraires, vendeurs de liures, & à tous nos ſujets de quelle condition & qualité qu'ils ſoient, de l'imprimer ou faire imprimer, attirer ny extraire aucune choſe dudit liure, vendre & diſtribuer par iceluy noſtre Royaume, païs, terre, & ſeigneurie de noſtre obeïſſance pendant l'eſpace de ſix ans, à compter du iour & datte que ledit liure aura eſté paracheué d'imprimer, à peine de mil liures d'amende, moitié à nous appliquable, & l'autre moitié audit Boulenger, confiſcation d'exemplaires qui ſe trouueront eſtre imprimez autres que de l'impreſſion qu'il aura fait faire, & de ſes deſpens dommages & intereſts, & outre deffendons ſur les meſmes peines, à tous marchans tant forains que de nos ſujets, que ſi quelques eſtrangers imprimoient ledit liure, contraire à noſtre preſent priuilege, d'en apporter en noſtre Royaume, ny d'en vendre ou debiter en quelque façon que ce ſoit. Voulant que ſi quelqu'vn eſt trouué ſaiſi

d'vn ſeul exemplaire, que contre iceluy contreuenant en ſoient faites les pourſuittes des peines cy-deſſus, tout ainſi que ſi ledit liure eſtoit par luy imprimé, & ſans que ledit Boulenger ſoit tenu s'addreſſer à d'autres perſonnes ſi bon luy ſemble. Et à la charge que ledit Boulenger mettra deux deſdits liures en noſtre bibliotheque, qui eſt aux Cordeliers de Paris, auparauant que de les expoſer en vente, ſuiuant noſtre reglement, à peine d'eſtre deſcheu du preſent priuilege. Si vous mandons; & à chacun de vous en droit-ſoy enioignons, que du contenu en ces preſentes nos lettres de permiſſion & priuilege, vous faciez & laiſſiez ioüir ledit Boulenger, & ceux qui auront droit de luy, ceſſant & faiſant ceſſer tous troubles au contraire. Vous donnons pouuoir & mandement ſpecial par ces preſentes de proceder contre ceux qui y contreuiendront par toute voye deuë & raiſonnable de par les peines ſuſdites, nonobſtant oppoſitions ou appellations quelconques, par leſquelles & ſans preiudice d'icelles ne voulõs eſtre differé. Et pource que de ces preſentes ledit Boulenger pourroit auoir affaire en diuers lieux, nous voulõs qu'au vidimus d'icelles fait ſous noſtre ſeel Royal, ou collationné par vn de nos amez & feaux Conſeillers, Notaires, & Secretaires, foy ſoit adiouſtée comme au preſent original. Et auſſi qu'en mettant au commencement ou à la fin dudit liure vn bref ou extrait des preſentes, il aura force & vertu de ſignification, tout ainſi que ſi l'original eſtoit particulierement ſignifié à chacun. Car tel eſt noſtre plaiſir. Donné à Paris ce 21. iour de Feburier, l'an de grace mil ſix cens vingt-trois. Et de noſtre regne le treizieſme.

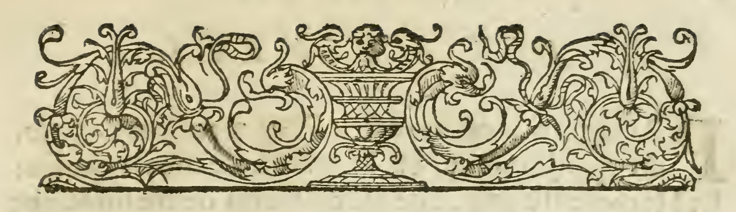
Par le Roy en ſon Conſeil,

RADIGVES.

Et ſcellé du grand Seau de cire iaune.

Acheué d'imprimer le dixieſme Mars 1623.

LA GEOMETRIE



LA GEOMETRIE OV MESVRE DES LIGNES DROITES ELOIGNEES PAR LE QVARRE' GEOMETRIQVE.

DE LA GEOMETRIE.



A Geometrie, eſt vn art qui apprend à meſurer toutes ſortes de grandeurs, ainſi ditte de γῆ, qui ſignifie terre, & μετρέω meſurer. Et pource que la grandeur eſt vne quantité continuë qui ſe conſidere en trois manieres, ſçauoir comme ligne, ſuperficie, & corps, arriue qu'il y a trois ſortes de Geometrie, des lignes, des ſuperficies, & des corps.

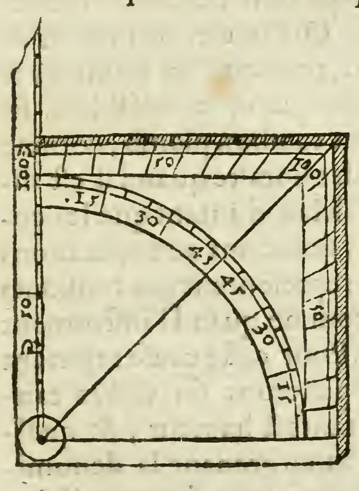
DES MESVRES.

PRotagore, comme escrit Platon en son Cratyle, dit que l'homme est la mesure de toutes choses: Et Heron enseigne, que toutes sortes de mesures ont esté prises, sur les membres de l'homme, comme doigt, palme, pied, coude. Vn doigt est la largeur de quatre grains d'orge mis de trauers. Vne palme cõtient quatre doigts ou trois pouces. Vn pied a quatre palmes. Du pied est composé la toise qui en contient 6, & la perche qui en vaut dix. De ces mesures là, vient la mesure des chemins. Vne enjambée est large de deux pieds & demy. Vn pas vaut deux enjambées ou cinq pieds. Le stade est de 125 pas, vn millier de mil, vne lieuë de deux mil.

DV QVARRÉ GEOMETRIQVE.

LE quarré Geometrique, est vn instrument tres-ancien, qui est fait de quatre regles egales, & conjointes de telle sorte, qu'elles sont en vn mesme plan, faisant quatre angles droits. En iceluy deux costez qui se touchent sont diuisez en quelque parties egales, comme en douze, & de rechef chacune en cinq, de sorte que le costé du quarré contient ordinairement douze grandes parties, ou soixante petites. Toutesfois la diuision sera plus commode, si premierement le costé est diuisé en dix parties egales & de rechef chaque dixiesme en dix: Car par ceste diuision le Geometre fera plus aisement ses operations. Sur ces quatre reigles, il y en a vne autre qui porte deux pin-

nules, par lesquelles on dresse le rayon visuel, qui est à tout le moins aussi grande qu'est la diagonale du quarré, laquelle est tellement jointe en vn angle & serrée par vn clou, qu'elle peut toutesfois tourner librement ça & là, à la volonté du Geometre, en laquelle le costé qui precisement passe par l'angle, est ditte ligne de foy, ou d'asseurance, pource que fidellement & asseurement elle monstre la partie du costé du quarré qu'elle touche. Ceste ligne doit estre diuisée en pareilles parties que sont les deux costez de l'instrument. Finalement le quarré Geometrique, pour estre bien commode doit auoir vn quart de cercle diuisé en nonante degrés, comme il se void en la figure, & vn pied sur lequel on puisse tenir cét instrument ferme & stable aux operations en quelque part que l'on le vueille tourner, auec vn plomb qui pend à vn filet, le long d'vn des costez, pour cognoistre quãd il sera dressé perpendiculairement sur l'horison.



Il y a aussi vn quarré Geometrique qui n'a point de regle portant pinnules: mais au lieu d'icelle, il y a des pinnules attachées à vn de ses costez, & vn plomb qui pend à vn filet de l'angle du quarré, qui pour ce subject est nommé quarré pendant. Son vsage ne differe de l'autre qu'en ce qu'il n'est pas si general,

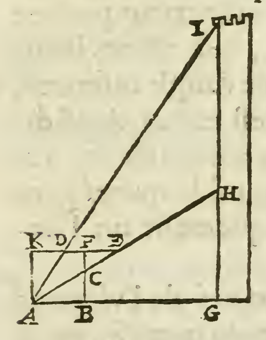
comme il ſera monſtré cy apres.

DES PARTIES DV QVARRE, & de leurs diuerſes appellations.

LEs coſtez du quarré ſont nommez ombres par tous ceux qui ont eſcrit de l'vſage de cét inſtrument: mais auec quelque difference. Car les deux coſtez qui ſont paralleles au plan de l'horiſon quand il eſt dreſſé à angles droicts ſur iceluy, ſont appelez ombres droittes, & les deux autres qui ſont perpendiculaires ſur l'horiſon ombres verſes. Or l'ombre droitte eſt vn ombre parallele à l'horiſon, telle que les hommes & les arbres font en vne plaine quand le ſoleil luit. Et l'ombre verſe vne ombre qui tombe à plomb, comme eſt l'ombre du ſtile au cylindre horaire quand il eſt directement oppoſé au ſoleil. Mais d'autant que les coſtez du quarré ont diuerſes ſituations aux operations geometriques, & qu'ils ne repreſentent pas touſiours l'ombre droitte & verſe: comme quand l'inſtrument eſt mis de plat ou de trauers: Pour ceſte cauſe rejettant ce mot d'ombres, nous appellerons ſes coſtez tantoſt longueur du quarré, tantoſt hauteur, & quelquefois largeur; c'eſt à ſçauoir prenant la denomination de la ligne ſur terre qui leur ſera parallele: car ainſi faiſant, la proportion des lignes ſera plus manifeſte, & n'arriuera aucune confuſion en l'eſlection des termes.

DES TRIANGLES QVI SE FONT *au quarré geometrique auec la regle mobile & des diuerses appellations de leurs costez.*

AVx operations geometriques, il se faict tousiours vn triangle rectangle par la regle mobile sur la superficie du quarré, duquel il y a deux costez qui constituent vn angle droit, & l'autre est faict par la ligne de foy. Ces costez, comme nous auons des-ja dit, pour estre distinguez les vns des autres, prennent leur nom de la ligne droitte qui leur est parallele, ou sur laquelle ils sont. Par exemple, l'instrument estant disposé au



point A en telle sorte que le costé K A, soit perpendiculaire sur l'horison. Si on dresse vn rayon visuel par les pinnules du point A, à l'extremité de la hauteur I, il se fera vn triangle rectangle sur l'instrument D K A, les costez duquel, prendront leur appellation des lignes droittes, qui leur sont paralleles sur la terre, ainsi le costé D K, sera la longueur au triangle D K A, pour ce que D K, est parallele à la longueur A G, & le costé K A, la hauteur, pour ce que K A, est parallele à la hauteur G I, finalement la ligne de foy A D, sera ditte hypotenuse, pour ce qu'elle est conjointe auec l'hypotenuse A I.

Ces choses cy sont faciles à entendre pour ce qu'elle se voyent aisement à l'œil; mais aucunefois seront plus difficiles, quand il sera besoin d'alonger des lignes par

imagination. Comme si du point A on dresse deux rayons visuels vers I & H, lors il se fera deux triangles A K D, qui est manifeste, & A K E, qui est seulement par imagination : sçauoir en conceuant le costé K D, alongé iusques à E, ausquels triangles de rechef, A K est la hauteur à tous les deux, K E la plus grande longueur, K D la moindre, & D E la difference.

Quand est des hypotenuses, afin qu'il ne se face aucune confusion, & que l'vne ne soit prise pour l'autre, nous les distinguerõs auec ceste addition de l'angle superieur, ou inferieur, dextre ou senestre, selõ la diuerse position de l'instrumẽt, cõme les lignes doittes AD, & A E, sont les hypotenuses de l'angle superieur, pour ce qu'elles sont opposées à l'angle K, qui est en haut: mais la ligne A C est l'hypotenuse de l'angle inferieur, pour estre opposee à l'angle B, qui est en bas. Ainsi distinguera-t'on aisement aussi les hypotenuses des angles qui sont à droit & à gauche, quand le quarré geometrique sera mis à plat ou obliquement sur l'horison.

Ie sçay que tous ceux qui ont traitté de l'vsage de cét instrument, nomment les costez du triangle, qui se fait sur le quarré d'autre façon : mais n'ayant iamais rien eu tant en recommendation, que la facilité, i'ay pour ce sujeƈt changé les termes ordinaires, & m'asseure que la suitte fera paroistre combien non sans cause & vtilité, ie les appelle d'vn autre nom.

DE LA REDVCTION DES COSTEZ du quarré.

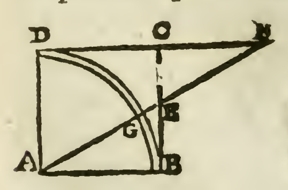
LE quarré geometrique ſurpaſſeroit tous les inſtrumens en facilité, s'il n'eſtoit beſoin d'aucune reduction : mais icelle eſtant neceſſaire en pluſieurs propoſitions, pour ceſte cauſe, nous enſeignerons premierement la methode de reduire ordinaire, puis apres adiouſterons vne table de reduction treſ-facile, pour ſoulager de ceſte peine.

Regle de reduction.

SI la ſuperficie du quarré eſt diuiſée par les parties du coſté couppé, le quotient donnera les parties du coſté prolongé.

Exemple.

SVppoſons que B E ſoit de 60 parties, leſquelles il faut reduire, c'eſt à dire par la cognoiſſance de B E, trouuer la longueur D F: pour ce faire, ſoient multipliez 100 par 100 viendront 10000. pour la ſuperficie du quarré, qui eſtant diuiſée par 60, qui eſt la valeur des parties du coſté couppé, le quotient donnera $166\frac{2}{3}$ pour les parties du coſté prolõgé D F. Et ainſi par ceſte regle de reductiõ, ſi le quarré eſt mis à plõb ſur l'horiſon, on reduira les hauteurs du quarré en lõgueurs, & au cõtraire. Mais pour ce que



ceste reduction est ennuieuse, à reïterer tousiours la diuision, & que le plus souuent il arriue des fractions; pour ce suject, i'ay voulu pouruoir à ceste incommodité par la table suiuante, l'ordre de laquelle est tel. Le premier nombre marquera les degrez du quart de cercle qui pourront estre touchez par la ligne de foy aux operations, celuy qui le suit en mesme ligne, monstrera les parties du costé couppé, (le supposant toutesfois estre diuisé en 100000 parties afin d'euiter les fractiõs, qui ne seront d'aucune consequence au respect d'vn si grand nombre.) Le troisiesme ordre, qui contient les plus grands nombres, monstrera la reduction ou les parties du costé prolongé. Le quatriesme la valeur de l'hypotenuse couppée par le costé du quarré. Le cinquiesme les hypotenuses reduittes ou prolongées.

TABLE



De-grez.	Parties du costé coupé.	Parties du costé prolongé.	Parties de l'hypotenuse coupée.	Parties de l'hypotenuse prolongée.	De-grez.	Parties du costé coupé.	Parties du costé prolongé.	Parties de l'hypotenuse coupée.	Parties de l'hypotenuse prolongée.
15	436	22918739	100001	22918957	15	14499	689688	101046	696900
30	873	11458911	100004	11459348	30	14945	669116	101111	676547
45	1309	7638998	100009	7639653	45	15391	649710	101178	657361
1	1745	5728998	100015	5729871	9	15838	631375	101246	639245
15	2182	4582932	100024	4584023	15	16286	614023	101317	622113
30	2619	3818853	100034	3820162	30	16734	597577	101390	605886
45	3055	3273028	100047	3274555	45	17183	581965	101466	590494
2	3492	2863625	100061	2865370	10	17633	567129	101543	575877
15	3929	2545171	100077	2547135	15	1[illegible]083	553007	101622	561975
30	4366	2290376	100095	2292558	30	18534	539552	101703	548741
45	4803	2081884	100115	2084284	45	189[illegible]6	526715	101786	536124
3	5241	1908112	100137	1910731	11	19438	514455	101872	524084
15	5678	1761056	100161	1763892	15	19891	502734	101959	512583
30	6116	1634987	100187	1638042	30	20345	491516	102049	501585
45	6554	1525706	100215	1528979	45	20800	480768	102140	491058
4	6993	1430066	100244	1433558	12	21256	470463	102234	480973
15	7431	1345664	100276	1349375	15	21712	460572	102330	471303
30	7870	1270620	100309	1274549	30	22169	451071	102428	462013
45	8309	1203462	100345	1207610	45	22628	441936	102528	453109
5	8749	1143006	100382	1147372	13	23087	433147	102630	444541
15	9189	1088292	100421	1092877	15	23547	424685	102735	436300
30	9629	1038539	100463	1043343	30	24008	416530	102842	428366
45	10069	993100	100506	998123	45	24470	408667	102950	420724
6	10510	951436	100551	956677	14	24933	401078	103061	413357
15	10952	913093	100598	918553	15	25397	393751	103175	406051
30	11394	877688	100647	883367	30	25862	386671	103290	399393
45	11836	844896	100698	850793	45	26328	379827	103408	392770
7	12278	814435	100751	820551	15	26795	373205	103528	386370
15	12722	786064	100806	792399	15	27263	366796	103650	386183
30	13165	759576	100863	766137	30	27732	360588	103774	374198
45	13609	734786	100922	741559	45	28203	354573	103901	368405
8	14054	711537	100983	718530	16	28675	348741	104030	362796

Degrez.	Parties du costé coupé.	Parties du costé prolongé.	Parties de l'hypotenuse coupée.	Parties de l'hypotenuse prolongée.	Degrez.	Parties du costé coupé.	Parties du costé prolongé.	Parties de l'hypotenuse coupée.	Parties de l'hypotenuse prolongée.
15	25147	343085	104161	357361	15	45047	221992	109678	243476
30	29621	337594	104295	352094	30	45573	219430	109895	241142
45	30097	332264	104431	346986	45	46101	216918	110115	238858
17	30573	327085	104569	342030	25	46631	214451	110338	236620
15	31051	322052	104710	337221	15	47163	212030	110564	234429
30	31530	317159	104853	332551	30	47698	209654	110793	232282
45	32010	312400	104998	328015	45	48234	207321	111025	230179
18	32492	307768	105146	323607	26	48773	205030	111260	228117
15	32975	303259	105297	319322	15	49315	202780	111499	226097
30	33460	298868	105449	315154	30	49858	200569	111740	224116
45	33945	294590	105604	311100	45	50404	198396	111985	222174
19	34433	290422	105762	307155	27	50953	196261	112233	220269
15	34922	286356	105922	303315	15	51503	194162	112484	218401
30	35412	282391	106085	299574	30	52057	192098	112738	216568
45	35904	278523	106250	295931	45	52613	190069	112996	214770
20	36397	274748	106418	292380	28	53171	188073	113257	213005
15	36892	271062	106588	288920	15	53732	186109	113521	211274
30	37388	267462	106761	285545	30	54296	184177	113789	209574
45	37887	263945	106936	282254	45	54862	182276	114061	207905
21	38386	260509	107114	279043	29	55431	180405	114335	206267
15	38888	257150	107295	275909	15	56003	178563	114614	204658
30	39391	253865	107479	272850	30	56577	176749	114896	203077
45	39896	250652	107665	269864	45	57155	174964	115181	201525
22	40403	247509	107853	266947	30	57735	173205	115470	200000
15	40911	244433	108045	264097	15	58318	171473	115763	198502
30	41421	241421	108239	261313	30	58905	169766	116059	197029
45	41933	238475	108436	258591	45	59494	168085	116359	195583
23	42447	235585	108636	255921	31	60086	166428	116663	194160
15	42963	232756	108839	253129	15	60681	164795	116971	192762
30	43481	229984	109044	250784	30	61280	163185	117282	191388
45	44001	227267	109252	248295	45	61882	161598	117598	190037
24	44523	224604	109464	245859	32	62487	160033	117918	188708

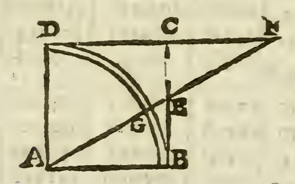
Degrez.	parties du costé coupé.	Parties du costé prolongé.	Parties de l'hypotenuse coupée.	Parties de l'hypotenuse prolongée.	Degrez.	parties du costé coupé.	Parties du costé prolongé.	Parties de l'hypotenuse coupée.	Parties de l'hypotenuse prolongée.
15	63095	158490	118241	187401	15	84656	118125	131022	154769
30	63707	156969	118569	186116	30	85408	117085	131509	153977
45	64322	155467	118901	184852	45	86165	116056	132002	153196
33	64941	153987	119236	183508	41	86929	115037	132501	152425
15	65563	152525	119576	182384	15	87698	114028	133007	151665
30	66189	151084	119920	181180	30	88437	113029	133519	150916
45	66818	149661	120269	179995	45	89253	112041	134038	150916
34	67451	148156	120622	178829	42	90040	111061	134563	149448
15	68088	146870	120979	177681	15	90834	110091	135095	148728
30	68728	145501	121341	176552	30	91633	109131	135634	148019
45	69372	144149	121707	175440	45	92439	108179	136180	147319
35	70021	142815	122077	174345	43	93252	107237	136733	146628
15	70673	141497	122453	173267	15	94071	106303	137293	145946
30	71329	140195	122835	172205	30	94896	105378	137860	145274
45	71990	138909	123217	171160	45	95729	104461	138434	144610
36	72654	137638	123607	170130	44	99569	103553	139016	143956
15	73323	136383	124001	169116	15	97416	102653	139606	143309
30	73996	135142	124400	168117	30	98270	101761	140103	142672
45	74674	133916	124804	167133	45	99131	100876	140808	142042
37	75355	132304	125214	166164	45	100000	100000	141421	141421
15	76042	131507	125628	165209					
30	76733	130323	126047	164268					
45	77428	129152	126472	163341					
38	78129	127994	126902	162427					
15	78834	126849	127337	161526					
30	79544	125717	127778	160639					
45	80258	124597	128224	159764					
39	80978	123490	128676	158902					
15	81703	122394	129134	158051					
30	82434	121310	129597	157215					
45	83169	120237	130066	156387					
40	83910	119175	130541	155572					

L'VSAGE DE LA TABLE.

SI on veut reduire les parties d'vn costé couppé, en parties du costé prolongé, faudra considerer les degrez du quart de cercle, que touche la ligne de foy; sãs prendre garde à la diuision, qui est sur le costé de l'instrument, vis à vis desquels on trouuera à la table les parties du costé coupé, & ioignant, celles du costé prolongé, sans faire aucune regle.

Exemple.

SVpposons que la ligne de foy, touche au point G 42 degrez, vis à vis desquels en la table on trouuera 90040, pour les parties du costé couppé BE, & ioignant 111061, pour les parties du costé prolongé DF; & ainsi par ceste table de reduction, si le quarré est mis à plomb sur l'horison, on reduira les hauteurs du quarré, en longueurs, & au contraire.



Semblablement s'il faut reduire l'hypotenuse AE, qui est couppée par le costé, en l'hypotenuse AF, qui est prolongée, & que comme cy deuant la ligne de foy touche au quart de cercle 42 degrez, faudra chercher 42 degrez en la table, vis à vis desquels au quatriesme rang on trouuera 134563, pour les parties de l'hypotenuse couppée AE, & ioignant 149448 pour les parties de l'hypotenuse prolongée AF, & ainsi par ceste table, si le quarré est mis à plomb sur l'horison, on re-

duira l'hypotenuſe de l'angle inferieur, en l'hypotenuſe de l'angle ſuperieur & au contraire.

DE LA SITVATION DV QVARRÉ aux operations.

CEt inſtrument comme les autres a trois ſortes de ſituation, l'vne droitte, quand ſes coſtez ſont perpendiculaires ſur l'horiſon; l'autre plate quand ſa ſuperficie luy eſt parallele: la troiſieſme eſt vne ſituation oblique, quand ſa ſuperficie eſt poſée obliquement. La ſituation droitte meſure ordinairement les hauteurs & longueurs, celle qui eſt plate, les largeurs, & celle qui eſt oblique meſure les lignes qui ſont poſées obliquement au reſpect de l'horiſon: Car c'eſt vne regle generale que pour bien diſpoſer l'inſtrument aux operations, qu'il faut obſeruer deux choſes. La premiere que ſa ſuperficie ſoit en meſme plan auec la ligne donnée, & l'extremité de la ligne cherchée. La ſecõde eſt, qu'en la ſimple ſtation le centre de l'inſtrument (c'eſt le point ſur lequel ſe tourne la regle mobile) doit eſtre à l'extremité de ce qui eſt donné ou cherché, & en la double ſtation, aux deux extremitez de la ligne donnée. Et en l'vne & l'autre les deux coſtez de l'inſtrument qui ſont diuiſez, doiuent eſtre touſiours paralleles à la ligne que l'on a donnée, & à celle que l'on cherche.

DES STATIONS ET OBSERVATIONS.

LEs Geometres ne meſurent pas toutes les lignes éloignées de meſme façon: Aucunefois vne ſim-

ple ſtation & obſeruation ſuffit, aucunefois auſſi vne double eſt neceſſaire. Or ils appellent ſtation, le lieu auquel le Geometre s'arreſte, quand il meſure quelque choſe, & obſeruation, vne direction de rayons viſuels par les pinnules de l'inſtrument, vers les extremitez de ce qu'il veut meſurer.

DES LIGNES DONNEES & cherchées.

LE Geometre auec l'aide de ſon inſtrument meſure les lignes droittes éloignées, quand il a quelque ligne donnée, c'eſt à dire cogneuë ou aiſée à cognoiſtre & meſurer, & ainſi faut il entendre en geometrie ce mot *donné*: Mais il eſt neceſſaire que ce qui eſt donné ait vne raiſon bien ſenſible & approchante de l'egalité à ce que l'on cherche & ignore pour faire l'operation certaine: car ſi par exemple on penſoit pouuoir meſurer vne longueur ou diſtance de 2000 pas par la connoiſſance d'vne hauteur de 4 ou cinq pieds, il n'y auroit aucune aſſeurãce, pour ce que le moindre manque en la diſpoſition de l'inſtrument, ou en l'inſtrument, ſeroit extremement ſenſible. Si donc on deſire faire quelque choſe de precis, il faut que ce qui eſt donné, ſoit a peu prez egal, moitié, tiers, ou quart, à ce que l'on cherche: & encore tant plus on approchera de l'egalité, tant plus preciſement meſurera-t'on: & plus on s'en eſloignera, plus on court hazard de s'abuſer.

DEFINITIONS DE QVELQVES termes Geometriques.

Longueur, eſt vne ligne droitte parallele à l'horizon.

Hauteur, eſt vne ligne droitte perpendiculaire ſur l'horiſon.

Ces deux ſortes de lignes ſont ſouuent lignes imaginaires que les Geometres conçoiuent aux operations, l'eſtenduë deſquelles, ne peut pas touſiours eſtre veuë, pour les empeſchemens qui s'y rencontrent. Ainſi vne montaigne eſt ditte auoir vne hauteur encor que la ligne qui la meſure, ne puiſſe eſtre apperceuë.

Largeur, eſt vne ligne droitte, qui au reſpect du lieu où eſt le Geometre, s'eſtend à droit & à gauche.

Hypotenuſe, eſt vne ligne droitte, qui faict vn angle oblique, ſur la ſuperficie de l'horiſon, laquelle ſi elle eſt conſiderée d'vn lieu haut, elle eſt ditte hypotenuſe deſcendante, ou longueur penchée; ſi d'vn lieu bas, hypotenuſe aſcendante, ou longueur éleuée.

Diſtance, eſt vne ligne droitte qui eſt perpendiculaire à deux paralleles.

Longueur, hauteur, largeur, diſtance & hypotenuſe donnée, ſont lignes droittes, la grandeur deſquelles eſt donnée, c'eſt à dire conneuë, ou aiſée à connoiſtre & meſurer.

Longueur, hauteur, largeur, & diſtance adjacente, ſont lignes droittes, à l'extremité deſquelles eſt le Geometre: on entendra le contraire par vne longueur hauteur, largeur, & diſtance éloignée.

Deux lignes ſont dittes de pareille eſtenduë, quand leurs extremitez ſont jointes par vne ligne droitte qui

fait des angles droits.

Deux hauteurs ſont dittes eſtre ſur meſme plan, quand leurs extremitez ſont iointes par vne ligne droitte qui faict des angles droits.

THEOREME.

DAutant que nous procederons d'autre methode en nos demonſtrations, que n'ont fait ceux qui auparauant nous ont eſcrit de l'vſage de cét inſtrument; pour ceſte cauſe nous demonſtrerons auparauant quelques Theoremes, qui ſeront comme les fondemens des demonſtrations ſuiuantes.

PREMIER THEOREME.

SI dans vn triangle, eſt tirée vne ligne droitte parallele à vn des coſtez, icelle fait vn petit triangle equiangle au grand.

Soit le triangle A B C, & D E parallele au coſté B C, ie dis que les deux triangles ADE & ABC, ſont equiangles. Car dautant que les angles A D E, & ABC, ſont egaux par la 29 du premier, & que l'angle A eſt commun à l'vn & l'autre triangle. Le troiſieſme angle A E D, ſera egal au troiſieſme A C B, * & partant les deux triangles ſeront equiangles, ce qu'il falloit demonſtrer.

*32.1

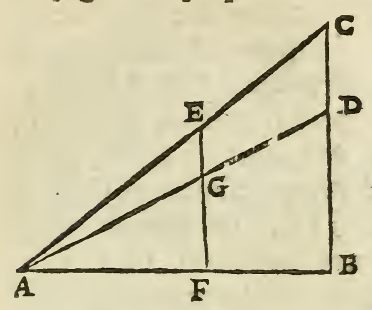
C
E
A
D
B

SECOND THEOREME.

SI de l'angle d'vn triangle on tire vne ligne droitte couppant le coſté oppoſite, lors vne ligne droitte

parallele

parallele à ce mesme costé dans le triangle, faict des petits segmens, proportionnaux aux grands.



Soit tirée de l'angle A la ligne droitte AD, couppant B C, & E F parallele à CB, ie dis que les segmens ou parties du petit triangle A F E, sont proportionnaux aux segmés ou parties du grand triangle A B C. Car pour ce que par le precedent theoreme, les triangles A F G & ABD, sont equiangles, par la 4 du 6 F G est à G A, comme BD à DA, & par la mesme A G est à GE comme A D est à D C. parquoy par l'egalité de raison F G sera à G E comme BD à DC. Semblablement pour ce que A F, est à A G, comme A B à A D, par le precedent theoreme, & que A G est à G E comme A D à D C, derechef par l'egalité de raison A F sera à G E, comme A B à D C. De mesme on pourra demonstrer que AGest à EF comme AD est à CB & ainsi les petits segmens seront proportionnaux aux grands, ce qu'il failloit demonstrer.

Scholie. Ces deux theoremes sont corollaires de la 4 proposition du sixiesme d'Euclide, que nous auons esté contrains de mettre icy, pour nos demonstrations, dautant que plusieurs interpretes n'en font aucune mention.

TROISIEME THEOREME.

SI de l'angle d'vn quarré, sont tirées deux lignes droittes, couppant le costé opposite, & vn autre

prolongé, les ſegmens de celuy qui eſt oppoſé, & prolongé, ſont proportionnaux.

Soient tirées de l'angle du quarré A, deux lignes droittes AG & AF, couppant le coſté oppoſite BH, aux points E & D, & celuy qui eſt alongé C H, en F & G, ie dis que les ſegmens EB, DB, du coſté oppoſite, ſont proportionnaux aux ſegmens C G, C F, du coſté prolongé. Car dautant que les triangles EBA. & A C F, ſont equiangles, à cauſe des deux angles
* 29. & 32. 1. droits, & des paralleles AB C G * comme EB eſt à B A ainſi A C eſt à C F. parquoy le rectangle ſoubs les extremes E B, C F, ſera egal au rectangle ſoubs les moiennes BA, AC, c'eſt à dire au quarré BC, ſemblablement pour ce que les triangles DBA, & ACG ſont equiangles comme DB eſt à BA, ainſi AC, ſera à CG, & le rectangle ſoubs DB, CG, ſera egal au rectangle ſoubs BA, AC, c'eſt à dire de rechef au quarré BC. parquoy deux rectangles ſoubs D B, CG, & ſoubs EB, CF, ſeront egaux, & auront les coſtez reciproquement proportionnaux. Donc comme EB eſt à DB. ainſi CG eſt à CF, ce qu'il failloit demonſtrer.

Corollaire.

De la il eſt manifeſte que ſi le quarré geometrique eſt mis à plomb ſur l'horiſon, que les hauteurs E B, BD, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, ſont proportionnelles aux longueurs GC, CF, & au contraire.

HYPOTHESE.

LEs lignes droittes perpendiculaires ſont entr'elles paralleles.

Pour ce que toutes les lignes droittes, qui ſont perpendiculaires, tendent au centre de la terre, qui eſt vn point. C'eſt vne choſe certaine, que ſi elles eſtoient prolongées à l'infini, elles ſe rencontreroient au centre, & partant ſi elles ſont conſiderées geometriquement, elles ne peuuent pas eſtre dittes paralleles, puis qu'eſtant alongées elles concourent à vn point. Mais ſi peu de difference ne faict aucune erreur, & jaçoit qu'en effet elles ne ſoient paralleles, elles peuuent toutesfois eſtre priſes pour telles, ce que nous ferons auſſi auec les autres geometres.

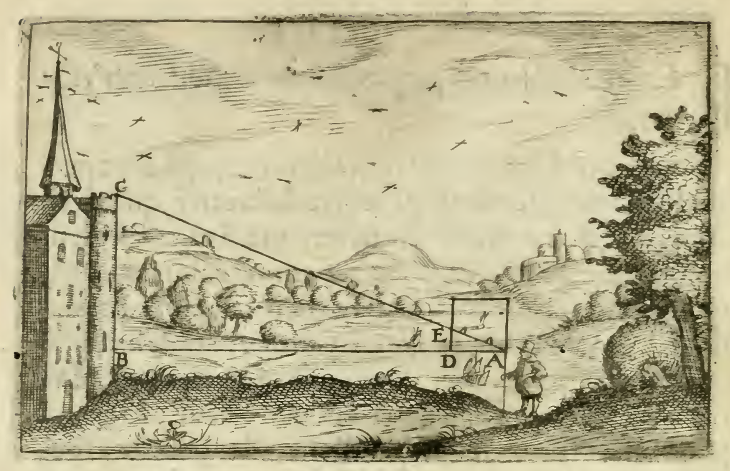
STATION SIMPLE QVAND vne longueur eſt donnée.

PROPOSITION I.

VNe longueur adiacente eſtant donnée, trouuer vne hauteur qui eſt à l'extremité d'icelle.

Soit ceſte longueur adiacente AB, vne plaine de 60 pas, & que du point A, il faille trouuer la hauteur de la tour BC, qui eſt à ſon extremité : pour ce faire, l'inſtrument eſtant diſpoſé comme il faut au point A, ſoit dreſſé vn rayon viſuel par les pinnules du point A à l'extremité de la hauteur C, & ſoient conſiderées les par-

ties du costé couppé, lors en quelque façon, que



puisse tomber la ligne de foy, par la regle suiuante on trouuera la hauteur cherchée.

Regle.

Comme la longueur est à la hauteur au triangle qui se faict sur le quarré, ainsi la longueur donnée, est à la hauteur cherchée.

Auant que l'on puisse se seruir de ces regles, il faut sçauoir que toutes les operations se font par la regle de trois, & partant quand on lira, comme la longueur est à la hauteur, au triangle qui se fait sur le quarré, ainsi la longueur donnée est à la hauteur cherchée : C'est tout de mesme comme si ie disois : mets au premier lieu de la regle de trois, la longueur qui se trouue au triangle qui se faict sur le quarré, au second la hauteur, au troisiesme la longueur donnée, & de ces trois termes cogneus, le quatriesme qui se trouuera par la re-

gle de trois donnera la hauteur cherchée.

Exemple.

SVpposons au triangle A D E que la hauteur DE soit de 40 parties, & la longueur DA de 100: lors selon la regle on colligera en ceste façon. Si la longueur AD qui est de 100, donne la hauteur DE de 40, que donnera la longueur adjacente A B, qui contient 60 pas? Le quatriesme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 24 pas, pour la hauteur B C, qu'il failloit trouuer.

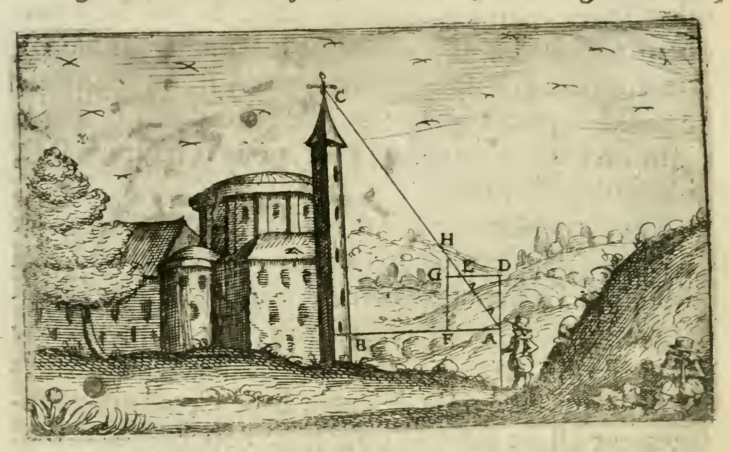
Notez pource que rarement il arriue que la surface de la terre soit parallele à l'horison: & que quand cela seroit, que l'œil toutesfois n'est pas mis ioignant la terre, comme il apparoist en la figure, que le quatriesme proportionel trouué, monstrera aussi seulement la hauteur qui est comprise entre B & C, parquoy l'instrument estant disposé pour faire l'operatiõ, il faudra dresser tousiours vn rayon visuel, le long du costé de l'instrument par en bas, pour obseruer le point où la veuë se termine, ce qui est representé par la ligne AB; Car seulement on trouuera par la regle la hauteur au dessus dudit point.

Demonstration.

DAutant que au triangle A B C, la ligne droitte DE, est parallele au costé BC, par l'hypotese, les triangles ADE, & ABC, seront equiangles par le premier theoreme: parquoy par la 4 du 6 comme AD, est à DE, ainsi AB, est à BC, ce qu'il failloit demonstrer.

Exemple second.

SVpposons en second lieu, que la longueur du quarré soit couppée au point E en ceste seconde figure, & que D E soit de 80 parties, & la hauteur AD de 100, neantmoins selon la regle on ne laissera de colliger de mesme façon, en disant, si la longueur ED,



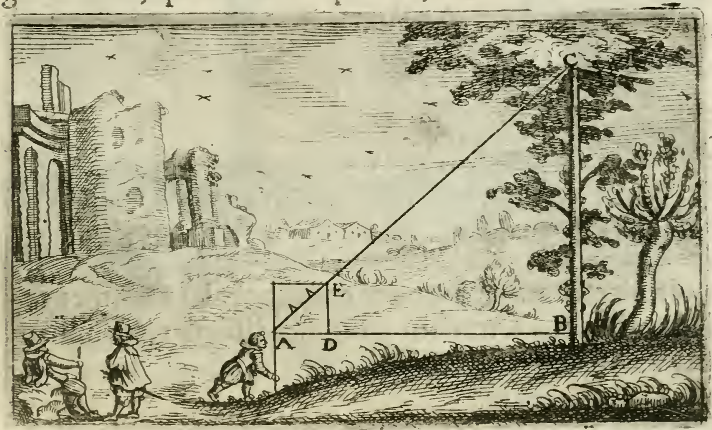
qui est de 80, donne la hauteur DA de 100, que donnera la longueur adjacente AB, qui cõtient par exemple 40 pas? le 4 proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 50 pas, pour la hauteur BC, qu'il failloit trouuer.

Demonstration.

DAutant que au triangle EDA, & ABC, les angles D & B sont egaux, pour ce qu'ils sont droits, semblablement les angles E A D, A C B, à cause des
*29.1 paralleles AD, BC, * le troisiesme DEA, sera egal au troisiesme BAC * & les triãgles EDA & ABC equian-
*32.1 gles; parquoy par la 4 du sixiesme, comme ED, est à DA, ainsi AB, est à BC, ce qu'il failloit demonstrer.

Exemple troisiesme.

SI finalement ny la longueur, ny la hauteur du quarré ne sont couppées par la ligne de foy; mais qu'icelle tombe sur la diagonale; lors il ne sera besoin d'aucun calcul, pource que la hauteur cherchée, sera egalle à la longueur donnée. Car selon la regle, si la longueur AD, qui est de 100 parties, dõne la hauteur DE,



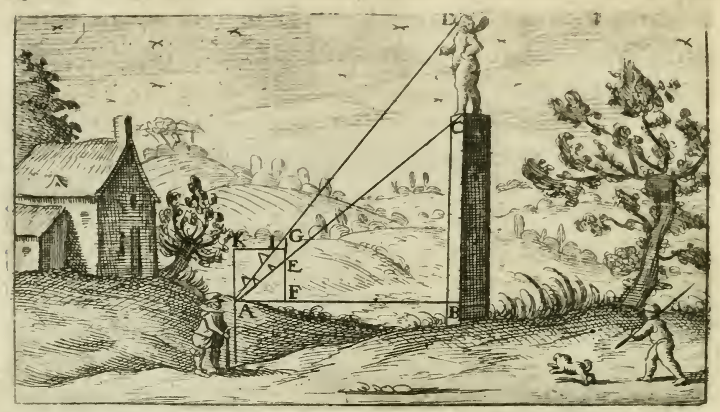
de 100, que donnera la longueur adjacente AB, qui contient par exemple 40 pas? le quatriesme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera aussi 40 pas pour la hauteur BC qu'il falloit trouuer.

Corollaire.

DEla il sera aisé par le moyen d'vne longueur donnée, de trouuer la partie d'vne hauteur cherchée: comme si on desiroit sçauoir quelle est la hauteur de la partie CD, il faudra premierement trouuer les hauteurs BD & BC puis ostant la petite BC de la grande BD restera la partie CD que l'on ignoroit.

Nous auons expliqué plus au long ceste proposition

qui ne ſemblera peut-eſtre à pluſieurs auoir eſté neceſſaire, mais nous l'auons faict de propos deliberé, pour ce que par ceſte maniere nous auons voulu pour-



uoir à ceux qui apprennent, auſquels les commencemens des arts, ſemblent touſiours difficiles, les ſuiuantes ſeront expliquées de meſme methode, mais auec plus de briefueté.

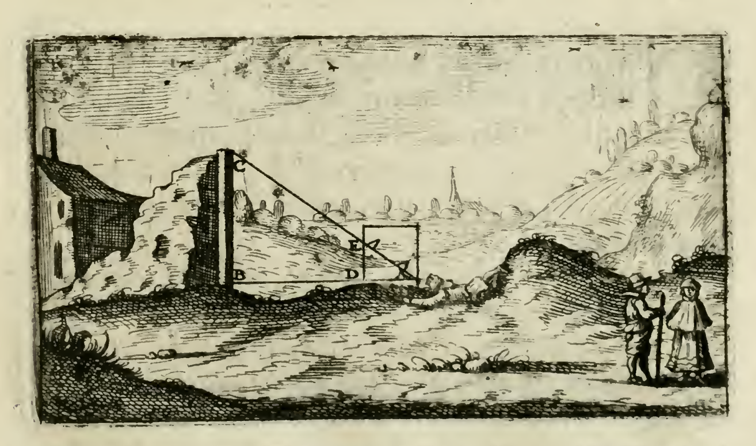
Scholie. On voit deſ-ja l'vtilité, d'auoir oſtéces ombres droittes & verſes, deſquelles ſi on ſe fuſt ſerui, on euſt eſté contraint de bailler trois regles differentes pour les diuers cas, qui euſſent peu arriuer comme à pluſieurs deſpropoſitions ſuiuantes. Car ou la ligne de foy fuſt tombée ſur la diagonale, ou ſur l'ōbre droitte, ou ſur l'ombre verſe, ſi ſur la diagonale, la verité eſt que ſans aucune regle, chacun a monſtré que la longueur eſt egale à la hauteur, quand cela arriue. Mais ſi elle euſt couppé l'ombre droitte, il euſt fallu dire, comme la partie de l'ombre droitte, eſt au coſté de l'inſtrument, ainſi la longueur donnée, eſt à la hauteur que l'on cherche. Et ſi l'ombre verſe euſt eſté couppée, il euſt fallu colliger, comme le coſté du quarré, eſt à la partie de l'ombre verſe; ainſi la longueur donnée, eſt à la hauteur cherchée. Au lieu

lieu desquelles maintenant vne seule suffit, ou la proportion des lignes y est bien plus manifeste, que parmi l'obscurité de ces ombres: Car qui a il plus aisé à comprendre que comme la longueur, est à la hauteur sur l'instrument: ainsi la longueur est à la hauteur sur terre?

Proposition seconde.

VNe longueur adiacente estant donnée, à l'extremité de laquelle il y a vne hauteur, trouuer l'hypotenuse qui s'estend d'vn bout à l'autre.

Soit ceste longueur adjacente AB vn fossé de 60 pieds, & que du point A, il faille trouuer l'hypotenuse AC, qui s'estēd depuis le bord du fossé jusques au feste de la muraille C, pour ce faire l'instrument estant disposé comme il faut au point A, soit dressé vn rayon visuel par les pinnules, du point A à l'extremité de la hauteur C, & soient considerées, les parties de la regle



& du costé couppé: lors en quelque façon que tombe

la ligne de foy, par la regle ſuiuante on trouuera l'hypotenuſe cherchée.

Regle.

COmme la longueur eſt à l'hypotenuſe au triangle qui ſe faict ſur le quarré, ainſi la longueur donnée eſt à l'hypotenuſe cherchée.

Exemple.

SVppoſons au triangle ADE, que l'hypotenuſe AE, ou les parties de la regle couppée ſoient de 120 parties, & la longueur DA de 100, lors ſelon la regle, on colligera en ceſte façon: ſi la longueur DA, qui eſt de 100, donne l'hypotenuſe AE, de 120, que dõnera la longueur adjacente BA qui contient 60 pieds? Le 4 proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 72 pieds, pour l'hypotenuſe AC qu'il failloit trouuer.

Demonſtration.

DAutant que au triangle ABC, la ligne droitte DE, eſt parallele au coſte BC, par l'hypotheſe, les triangles ADE, & ABC, ſeront equiangles par le premier theoreme, parquoy par la 4 du ſixieſme, comme DA, eſt à AE, ainſi BA, eſt à AC, ce qu'il failloit demonſtrer.

Scholie. Ie me ſuis eſtonné ſouuent, pourquoy ceux qui ont eſcrit de l'vſage de cét inſtrument, n'ont point diuiſé la ligne de foy, en pareilles parties, qu'eſt le coſté du quarré; Attendu que ceſte diuiſion, eſt auſſi neceſſaire que les autres. Car qu'eſt il beſoing de prendre le quarré des deux ombres droittes & verſes, les adiouſter enſemble, pour en tirer la racine, afin d'auoir

la partie de la ligne de foy, si elle est diuisée en pareilles parties que les costez?

Proposition III.

VNe longueur esloignée estant donnée, trouuer vne hauteur adiacente, qui est à son extremité, & par mesme moyen l'hypotenuse, qui s'estend d'vn bout à l'autre.

Soit ceste longueur esloignée AB, vne plaine de 60 pieds, & que du point C, il faille trouuer la hauteur de la tour BC, qui est à son extremité : pour ce faire, l'instrument estant disposé, comme il faut au point C, soit dressé vn rayon visuel par les pinnules, du point C, à l'extremité de la longueur A. Et soient considerées les parties du costé couppées. Lors en quelque façon que puisse tomber la ligne de foy, par la regle suiuante on trouuera la hauteur cherchée.

Regle.

COmme la longueur, est à la hauteur au triangle qui se fait sur le quarré: Ainsi la longueur donnée, est à la hauteur cherchée.

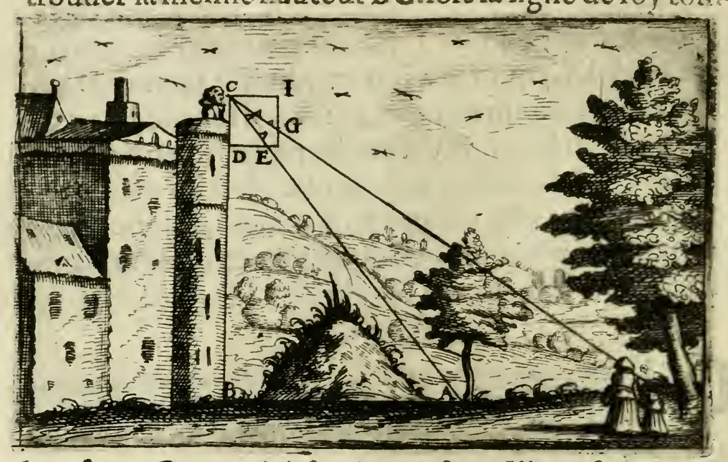
Exemple.

SVpposons au triangle CDE, que la longueur DE, soit de 80 parties, & la hauteur DC de 100, lors selon la regle, on colligera en ceste façon : Si la longueur ED, qui est de 80, donne la hauteur DC, de 100, que donnera la longueur esloignée AB, qui contient 60 pieds ? Le quatriesme proportionel qui arriue par la regle de 3, donnera 75 pieds pour la hauteur BC qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

DAutant que au triangle A B C, la ligne droitte DE, est parallele au costé AB, par la situation de l'instrument, les triangles CDE, & CBA, seront equiangles par le premier theoreme: parquoy par la 4 du 6 comme ED, est à DC, ainsi AB, est à BC, ce qu'il falloit demonstrer.

Mais si la longueur BF estoit donnée, & qu'il fallust trouuer la mesme hauteur BC: lors la ligne de foy tom-



beroit en G, & ne laisseroit-on de colliger selon la regle: comme la longueur CI, est à la hauteur I G, au triangle qui se faict sur l'instrument, ainsi la longueur donnée FB, est à la hauteur cherchée BC.

Demonstration.

DAutant que au triangle GIC, & FBC, les angles I & B sont egaux, pour ce qu'ils sont droicts; semblablement les angles ICG, & BFC, à cause des paral-
29.1 leles CI, BF, le troisiesme CGI, sera egal au troisies-
32.1 me FCB & les triangles C I G, & C B F equiangles:

parquoy par la 4 du ſixieſme. Comme CI, eſt à IG, ainſi FB, eſt à BC, ce qu'il falloit demonſtrer.

Que ſi la ligne de foy tomboit ſur la diagonale, ce qui arriue rarement, la hauteur cherchée ſeroit egale à la longueur donnée, & ne ſeroit beſoin d'aucun calcul.

Si maintenant on deſire ſçauoir la grandeur des hypotenuſes CA, ou CF; la regle ſuiuante enſeignera la façon de le trouuer.

Regle pour trouuer les hypotenuſes.

Comme la longueur eſt l'hypotenuſe au triangle qui ſe fait ſur le quarré; ainſi la longueur donnée, eſt à l'hypotenuſe cherchée.

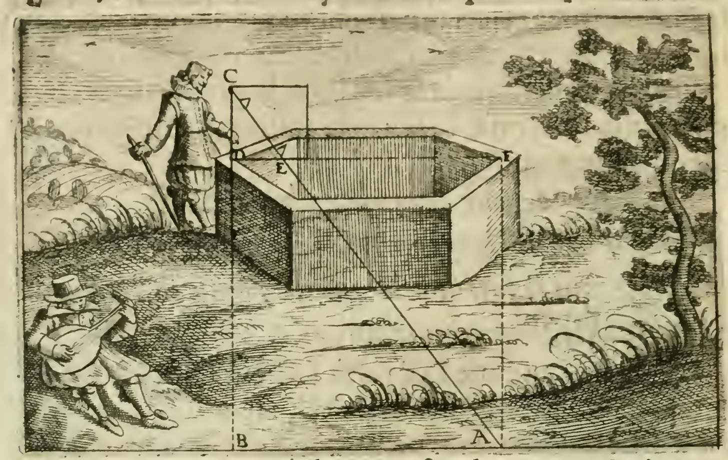
C'eſt à dire comme DE, eſt à EC, ainſi BA, eſt à AC, & au ſecond exemple comme IC, eſt à CG, ainſi BF, eſt à FC.

Demonſtration.

Sans rien changer au diagramme, les triangles EDC & ABC eſtant equiangles, comme il a eſté monſtré par la 4 du ſixieſme, DE ſera à EC, comme BA, à AC, & au ſecond exemple, les triangles GIC, & CFB, eſtant auſſi equiangles, par la 4 du ſixieſme derechef IC, ſera à CG, comme BF, à FC, ce qu'il falloit demonſtrer.

Ceſte propoſition ſe met en prattique auſſi quand on veut trouuer la profondeur des puits & des ciſternes, par la cognoiſſance de la largeur de leur ouuerture : comme ſoit vn puits ou ciſterne DB, duquel on cherche la profondeur DB, par la cognoiſſance que l'on a de la largeur de l'ouuerture DF qui eſt par exemple de 6 pieds, & egale à celle du fond BA, pour ce faire, l'inſtrument eſtant diſpoſé ſur le bord du puits,

en telle ſorte que ſon coſté CD, conuienne auec la perpendiculaire du puits DB, comme il appert en la figure, ſoit dreſſé vn rayon viſuel par les pinnules, du



point C à l'extremité de la profondeur A, & ſoiét conſiderées les parties du coſté couppées: lors par la precedente regle, on trouuera la hauteur ou profondeur du puits.

Exemple.

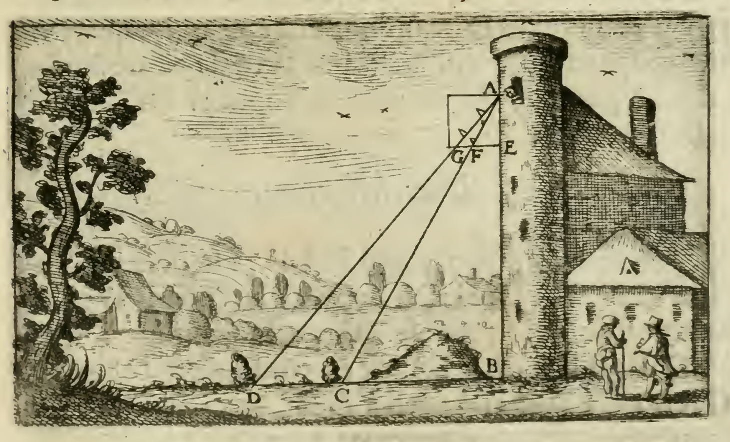
SVpposons au triangle CDE, que la longueur DE, ſoit de 60 parties, & la hauteur DC, de 100: lors ſelon la reigle (ſuppoſant AB comme longueur eſloignée) on colligera de meſme façon: ſi la longueur ED, qui eſt dè 60, donne la hauteur DC, de 100. que donnera la longueur AB, qui contient ſix pieds? Le quatrieſme proportionel, qui arriue par la reigle de trois, donnera 10 pieds, pour la hauteur, ou profondeur CDB. De laquelle ſi on oſte la hauteur du quarré, on aura la hauteur du puits DB, que l'on vouloit trouuer.

Scholie. On cognoiſt le peu de methode, dequoy ſe ſeruent ceux qui font vn Chapitre à part de la meſure des profondeurs; comme ſi elles auoient autre difference auec les hauteurs, que le reſpect du lieu là où on eſt. Car ce qui eſt haut, quand nous ſommes en bas, nous eſt profond, quand nous ſommes en haut: encor que l'on appelle principalement profondeur, vn lieu bas qui eſt enclos de part & d'autre de deux hauteurs.

Propoſition IV.

VNe longueur eſloignée eſtant donnée, trouuer vne partie d'icelle, du feſte d'vne hauteur adiacente qui eſt à ſon extremité.

Soit ceſte longueur eſloignée B D, vne plaine de 60 pas, & que du point A, il faille trouuer la partie D C: pour ce faire, l'inſtrument eſtant diſpoſé comme il faut au point A, ſoient dreſſez deux rayons viſuels par les



pinnules, du point A aux deux extremitez de la partie DC, & ſoient conſiderées les parties du coſté couppées aux deux obſeruations: lors par la regle ſuiuante,

on trouuera la partie de la longueur cherchée.

Regle.

COmme la plus grande des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la difference: ainsi toute la longueur donnée est à la partie de la longueur cherchée.

Exemple.

SVpposons aux triangles E A F, & E A G, que la plus grande des longueurs E G, soit de 90 parties, & la moindre E F, de 60, leur difference F G, sera de 30: parquoy selon la regle on colligera en ceste façon si la plus grande des longueurs E G, qui est de 90, donne la difference F G, de 30, que donnera toute la longueur éloignée B D, qui contient 60 pas. Le quatriesme proportionel, qui arriue par la regle de trois donnera 20 pas, pour la partie de la longueur DC, ce qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

DAutant qu'au triangle B A D, est tirée la ligne droitte A C, & E G parallele au costé B D par la situation du quarré, par le 2 theoreme, comme E F est à FG, ainsi B C est à C D & en composant comme E G, est à G F, ainsi B D, est à D C, ce qu'il falloit demonstrer.

Mais si les hauteurs du quarré eussent esté couppées aux deux obseruations, sans faire aucune reduction, on eust trouué la partie cherchée par ceste regle.

Regle.

Regle.

Comme la plus grande des hauteurs aux triangles qui se font sur le quarré, est à la difference : ainsi toute la longueur donnée, est à la partie de la longueur cherchée.

Demonstration.

DAutant que par le 3 theoreme, les hauteurs sont en mesme raison, que les longueurs aux triangles qui se font sur le quarré, & que par la demonstration precedente la plus grande des longueurs est à la difference comme toute la longueur donnée, est à la partie cherchée : il sera vray aussi que comme la plus grande des hauteurs est à la difference, ainsi toute la longueur donnée, est à la partie cherchée, ce qu'il falloit demonstrer.

Si en vne obseruation, la hauteur est couppée, & en l'autre la longueur, que l'vne des deux soit reduitte comme il a esté monstré.

Corollaire.

DE là il sera aisé de trouuer la partie proche C B, car si de la totale B D, qui est donnée, on en oste B C, il restera C B qu'il falloit trouuer. Que si on en veut vne regle particuliere la voicy.

Regle pour trouuer la partie proche.

Comme la plus grande des longueurs aux triangles qui se font sur le quarré, est à la plus petite : ainsi toute la longueur donnée, est à la partie cherchée.

Exemple.

SI la plus grande des longueurs E G, qui eſt de 90, donne la plus petite E F, de 60, que donnera toute la longueur éloignée B D, qui contient 60 pas? La quatrieſme proportionel, qui arriue par la regle de trois, donnera 40 pas pour la partie plus proche B C qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

SAns rien changer au diagramme, G F, ſera à F E, comme D C, à C B, par le 2 theoreme; & en compoſant comme G E, à E F, ainſi D B, à B C, ce qu'il falloit demonſtrer.

Mais ſi les hauteurs du quarré ſont couppées en l'vne & l'autre obſeruation, ſans faire aucune reduction, on trouuera la meſme partie par ceſte regle.

Regle.

COmme la plus grande des hauteurs aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la plus petite: ainſi toute la longueur donnée eſt à la partie cherchée.

La demonſtration eſt pareille à celle de cy deſſus par le 3 theoreme.

Scholie. Si on conſidere la methode que nous tenons en l'ordre des propoſitions de ce liure il ne ſe preſentera rien à meſurer, dequoy on ne vienne aiſement à bout. Car par exemple nous auons expliqué tous les cas qui peuuent arriuer en vne ſtation ſimple quand vne longueur eſt donnée, celuy qui ſuit ſera quand on aura vne hauteur cognuë. Le troiſieſme, quand on aura vne hypotenuſe: & ainſi nous procederons touſiours au ſoulagement de ceux qui s'addonnent à ceſte geometrie des lignes: bien éloignées des autres, qui ſans aucune diſtinction, con-

fondent les ſtations ſimples, & doubles tout enſemble, mettent en auant les propoſitions plus difficiles pour les premieres, & apres les plus faciles : qui par faute de ceſte methode ſont contraints auſſi de faire des renuois ; ce que nous euiterons le plus qu'il nous ſera poßible.

STATION SIMPLE QVAND vne hauteur eſt donnée.

Proposition V.

VNe hauteur adiacente eſtant donnée, trouuer vne longueur qui s'eſtend à l'extremité d'icelle.

Soit ceſte hauteur adiacente A B, vne tour haute de 60 pieds, & que du point A il faille trouuer la longueur B I, qui s'eſtend à ſon extremité B ; pour ce faire, l'inſtrument eſtant diſpoſé comme il faut au point A, ſoit dreſſé vn rayon viſuel par les pinnules du point A, à l'extremité de la longueur I, & ſoient conſiderées les parties du coſté couppé : lors en quelque façon que puiſſe tomber la ligne de foy, par la regle ſuiuante on trouuera la longueur cherchée.

Regle.

COmme la hauteur, eſt à la longueur au triangle qui ſe faict ſur le quarré : ainſi la hauteur donnée, eſt à la longueur cherchée.

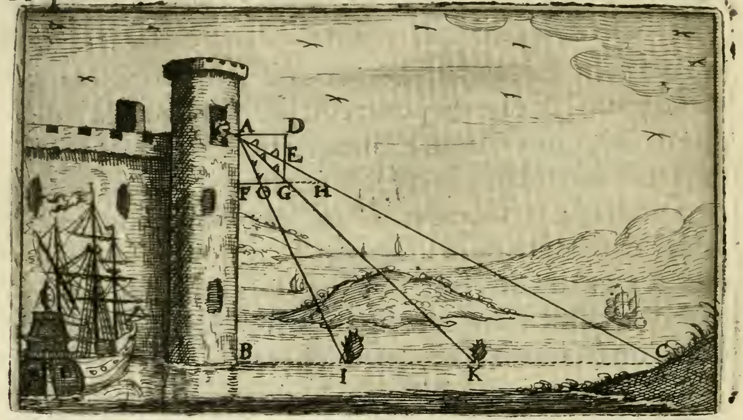
Exemple.

SVpposons au triangle A F O, que la longueur F O, ſoit de 50 parties, & la hauteur F A, de 100 : lors ſelon la regle on colligera en ceſte façon. Si la hauteur A F, qui eſt de 100, donne la longueur F O, de 50, que donnera la hauteur adiacente A B qui contient 60 pieds ? Le quatrieſme proportionel, qui arriue

par la regle de trois, donnera 30 pieds, pour la longueur B I qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

DAutant qu'au triangle A B I la ligne droitte F O est parallele au costé B I, par la situation de l'instrument, les triangles A F O, & A B I, seront equiangles par le premier theoreme : parquoy par la 4 du sixiesme, comme A F, est à F O, ainsi A B, est à B I, ce qu'il falloit demonstrer.



Mais si la ligne de foy, fut tombée sur la diagonale comme en voulant trouuer B K : lors la hauteur donnée, eust esté égale à la longueur cherchée : & n'eust esté besoin d'aucun calcul. Et si finalement elle fut tombée sur la hauteur, comme au point E, en voulant trouuer la longueur B C, la precedente regle eust tousiours seruy.

Exemple.

SVpposons au triangle A D E, que la hauteur D E, soit de 50 parties, & la longueur D A de 100 : lors

par la regle on colligera de meſme façon. Si la hauteur E D qui eſt de 50, donne la longueur D A de 100, que donnera la hauteur adiacente A B qui contient 60 pieds? Le quatrieſme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 120 pieds pour la longueur BC qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

DAutant qu'au triangle ADE, & ABC, les angles D & B, ſont égaux, pour ce qu'ils ſont droits, ſemblablement les angles D A E, & B C A, à cauſe des paralleles A D, B C, * le troiſieſme D E A, ſera *29.1
égal au troiſieſme B A C, * & les triangles D E A & *32.1
B A C equiangles: parquoy par la 4 du ſixieſme, comme E D, eſt à D A, ainſi A B, eſt à B C, ce qu'il falloit demonſtrer.

Corollaire.

DE là il ſera aiſé, par le moyen d'vne hauteur donnée, trouuer la partie d'vne longueur cherchée: comme ſi on deſiroit ſçauoir qu'elle eſt la longueur de la partie K C, il faudroit premierement trouuer les longueurs BC, & BK, puis en oſtant la petite B K, de la grande BC, reſteroit la partie KC, que l'on ignoroit.

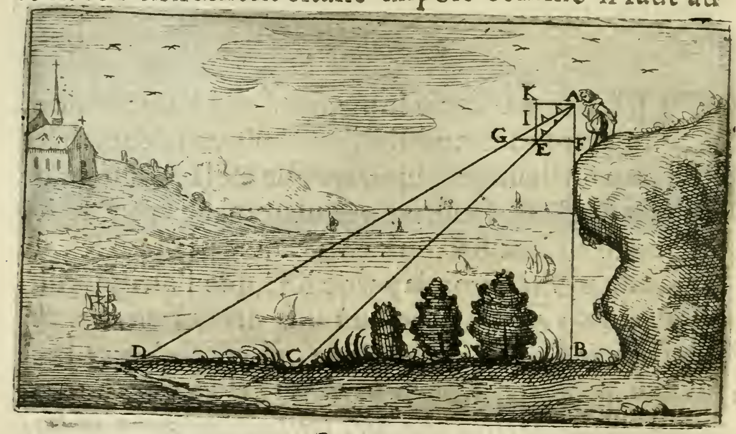
Scholie. S'il y en a qui ſoient bien aiſes de rencontrer des demonſtrations ſi aiſées à comprendre, & que ſeulement ils ſe faſchent de ce que i'ay changé les termes: il leur ſera aiſé de faire des regles ſans rien innouer, mettant ſeulement ombres droittes, où il y a longueur, & ombre verſe, où il y aura hauteur: & ainſi ils en dreſſeront à leur contentement, mais encor ſe preſentera-il des cas, comme quand vne largeur eſt donnée, où ils ne pourront en aucune ſorte ſe ſeruir de leurs ombres, que improprement: attendu que tous les coſtez du quarré

representeront les ombres droittes. Et s'il est posé obliquement, n'en representeront aucune. Il vaut donc beaucoup mieux leur donner la denomination, comme i'ay dit, des lignes qui leur sont paralleles sur la terre.

Proposition VI.

VNe hauteur adiacente estant donnée, à l'extremité de laquelle s'estend vne longueur, trouuer l'hypotenuse qui descend d'vn bout à l'autre.

Soit ceste hauteur adiacente A B, vn precipice de 40 pieds, & que du point A, il faille trouuer l'hypotenuse AC, qui descend depuis A iusques à C: pour ce faire l'instrument estant disposé comme il faut au



point A, soit dressé vn rayon visuel par les pinnules du point A, à l'extremité de la longueur C, & soient considerées les parties de la regle & du costé couppé: lors en quelque façon que tombe la ligne de foy, par la regle suiuante on trouuera l'hypotenuse cherchee.

Regle.

Comme la hauteur est à l'hypotenuse, au triangle qui se fait sur le quarré; ainsi la hauteur donnée, est à l'hypotenuse cherchée.

Exemple.

SVpposons au triangle A F E, que l'hypotenuse AE, ou les parties de la regle couppées, soient de 130, & la hauteur F A, de 100 : lors selon la regle on colligera en ceste façon : si la hauteur F A, qui est de 100 , donne l'hypotenuse A E de 130, que donnera la hauteur adiacente B A, qui contient 40 pieds ? Le 4 proportionel qui arriue par la regle de 3, donnera 52 pieds pour l'hypotenuse AC, qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

DAutant qu'au triangle A B C, la ligne droitte F E, est parallele au costé B C, par la situation de l'instrument, les triangles A F E, & A B C, seront equiangles , par le premier theoreme : parquoy par la 4 du sixiesme, comme F A, est à A E, ainsi B A , est à A C, ce qu'il falloit demonstrer.

Si la ligne de foy, tombe sur l'autre costé de l'instrument, comme en I, en voulant trouuer l'hypotenuse A D, la regle sera tousiours vraye , comme la hauteur K I, est à l'hypotenuse I A, ainsi la hauteur donnée B A, à l'hypotenuse cherchée A D.

Demonstration.

DAutant qu'aux triangles KIA , & B A D , les angles, K & B, sont egaux, pour ce qu'ils sont droits, semblablement les angles KAI, & BDA , à cause des paralleles K A , B D, * le troisiesme K I A, sera egal au *29.1

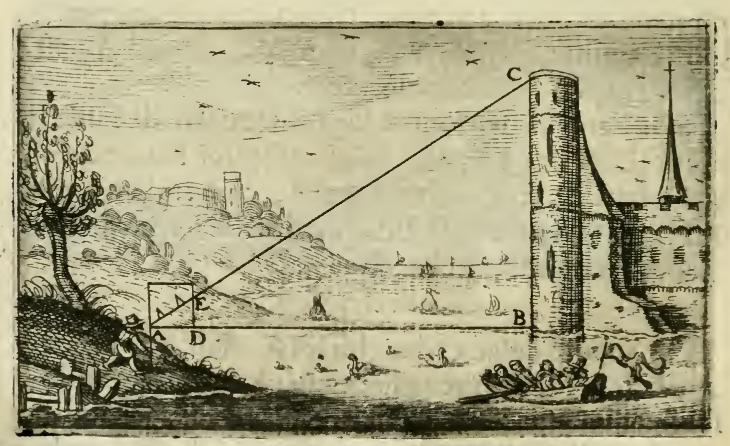
32.1 troisiesme B A D, & les triangles K I A, & B A D, equiangles : parquoy par la 4 du sixiesme, comme K I est à I A, ainsi B A, est à A D, ce qu'il falloit demonstrer.

Scholie. Il y en a qui pour resoudre ceste proposition, trouuent premierement la longueur, puis prennent les quarrez de la hauteur & longueur, pour auoir l'hypotenuse, en tirant la racine quarrée de l'addition d'iceux : mais cela n'est pas satisfaire à la question, qui veut que l'on trouue l'hypotenuse par la cognoissance de la hauteur seulement.

Proposition VII.

VNe hauteur esloignée estant donnée, trouuer vne longueur adiacente qui est à son extremité, & par mesme moyen l'hypotenuse qui s'estend d'vn bout à l'autre.

Soit ceste hauteur esloignée BC, vne tour de 40 toises, & que du point A, il faille trouuer la longueur



BA, qui est à son extremité: pour ce faire, l'instrument

estant

estant disposé comme il faut au point A, soit dressé vn rayon visuel par les pinnules, du point A, au feste de la hauteur C, & soient considerées les parties du costé couppé : lors en quelque façon que puisse tomber la ligne de foy, par la regle suiuante on trouuera la longueur cherchée.

Regle.

Comme la hauteur est à la longueur, au triangle qui se faict sur le quarré: ainsi la hauteur donnée, est à la longueur cherchée.

Exemple.

Supposons au triangle ADE, que la hauteur DE, soit de 80 parties, & la longueur DA de 100, lors selon la regle on colligera en ceste façon : si la hauteur ED qui est de 80, donne la longueur DA, de 100, que donnera la hauteur esloignée CB, qui contient 40 toises ? Le 4 proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 50 toises, pour la longueur BA qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

DAutant que au triangle ABC, la ligne droitte DE, est parallele au costé BC, par l'hypothese, les triangles ADE, & ABC, seront equiangles par le 1 theoreme, parquoy par la 4 du sixiesme, comme ED, est à DA, ainsi CB, est à BA, ce qu'il falloit demonstrer.

Si maintenant on desire sçauoir la grandeur de l'hypotenuse AC, la regle suiuante enseignera la façon de la trouuer.

Regle pour trouuer l'hypotenuſe.

Comme la hauteur, eſt à l'hypotenuſe, au triangle qui ſe faict ſur le quarré ; ainſi la hauteur donnée, eſt à l'hypotenuſe cherchée.

C'eſt à dire comme D E, eſt à E A ; ainſi B C, eſt à C A.

Demonſtration.

SAns rien changer au diagramme, les triangles E D A, & C B A, eſtant equiangles, comme il a eſté monſtré par la 4 du ſixieſme D E, ſera à E A, comme B C, à C A, ce qu'il falloit demonſtrer.

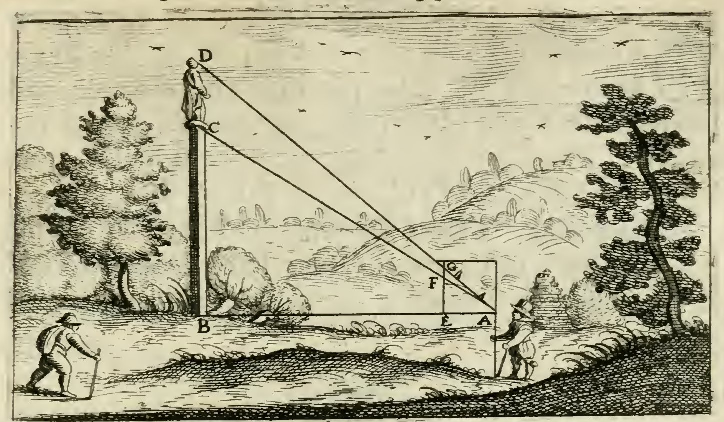
Scholie. Quelques-vns diront que ceſte propoſition ſe met rarement en pratique; Ie le veux, ſi eſt-ce qu'il ne la faut pas negliger, & que l'occaſion, ſe peut trouuer, ou elle ſera neceſſaire d'auantage l'ordre des propoſitions ſemble requerir qu'elle ſoit miſe en ſon rang.

Propoſition VIII.

VNe hauteur eſloignée, eſtant donnée, trouuer vne partie d'icelle, au bout d'vne longueur adjacente, qui eſt à ſon extremité.

Soit ceſte hauteur eſloignée B D, vne colomne de 60 pieds, & que du point A, il faille trouuer la hauteur de la ſtatuë C D, qui eſt vne partie d'icelle: pour ce faire, l'inſtrument eſtant diſpoſé, comme il faut au point A, ſoient dreſſez deux rayons viſuels par les pinnules, aux deux extremitez de la partie, C, D, & ſoient con-

fiderées les parties du costé couppé, aux deux obser-



uations: lors par la regle suiuante on trouuera la partie de la hauteur cherchée.

Regle.

COmme la plus grande des hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la difference: ainsi toute la hauteur donnée, est à la partie de la hauteur cherchée.

Exemple.

SVpposons aux triangles AEF, & AEG, que la plus grande des hauteurs E G, soit de 90 parties, & la moindre E F, de 80, leur difference F G sera de 10: parquoy selon la regle on colligera en ceste façon. Si la plus grande des hauteurs E G qui est de 90, donne la difference F G, de 10, que donnera toute la hauteur esloignée BD, qui contient 60 pieds? Le quatriesme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera $6\frac{2}{3}$ de pieds, pour la partie de la hauteur C D, qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

DAutant qu'au triangle B A D, eſt tirée la ligne droitte A C, & E G, parallele au coſté B D, par l'hypotheſe, par le 2 theoreme, comme EF, eſt à F G, ainſi BC, eſt à CD, & en compoſant, comme EG, eſt à GF, ainſi BD, eſt à D C, ce qu'il falloit demonſtrer.

Mais ſi les longueurs du quarré euſſent eſté couppées aux deux obſeruations, ſans faire aucune reduction, on euſt trouué la partie cherchée par ceſte regle.

Regle.

COmme la plus grande des longueurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la difference: ainſi toute la hauteur donnée, eſt à la partie de la hauteur cherchée.

Demonſtration.

DAutant que par le 3 theoreme, les longueurs ſont en meſme raiſon que les hauteurs aux triangles qui ſe font ſur le quarré: & que par la demõſtration precedente, la plus grande des hauteurs eſt à la difference, comme toute la hauteur donnée eſt à la partie cherchée: il ſera vray auſſi, que comme la plus grande des longueurs eſt à la difference, ainſi toute la hauteur donnée, eſt à la partie cherchée, ce qu'il falloit demonſtrer.

Si en vne obſeruation la hauteur eſt couppée, & en l'autre la longueur, que l'vne des deux ſoit reduitte, comme il a eſté monſtré.

Corollaire.

DE là il ſera aiſé de trouuer la partie baſſe CB. Car ſi de la totale B D, qui eſt donnée, on en oſte D C, il reſtera CB, qu'il falloit trouuer. Que ſi on en veut vne regle particuliere, la voicy.

Regle pour trouuer la partie baſſe.

COmme la plus grande des hauteurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la plus petite: ainſi toute la hauteur donnée, eſt à la partie cherchée.

Exemple.

SI la plus grande des hauteurs E G, qui eſt de 90, donne la plus petite E F, de 80, que donnera toute la hauteur eſloignée BD, qui contient 60 pieds? Le 4 proportionel qui arriue par la regle de 3, donnera 53⅓ de pieds, pour la partie baſſe BC, qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

SAns rien changer au diagramme, G F, ſera à F E, comme D C, à C B, par le 2 theoreme; & en compoſant, comme G E, eſt à F E, ainſi DB, eſt à CB, ce qu'il falloit demonſtrer.

Mais ſi les longueurs du quarré, ſont couppées en l'vne & l'autre obſeruation, ſans faire aucune reduction, on trouuera la meſme partie par ceſte regle.

Regle.

COmme la plus grande des longueurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la plus petite: ainſi toute la hauteur donnée, eſt à la partie cherchée.

La demonstration est pareille à celle cy-dessus, par le 3 theoreme.

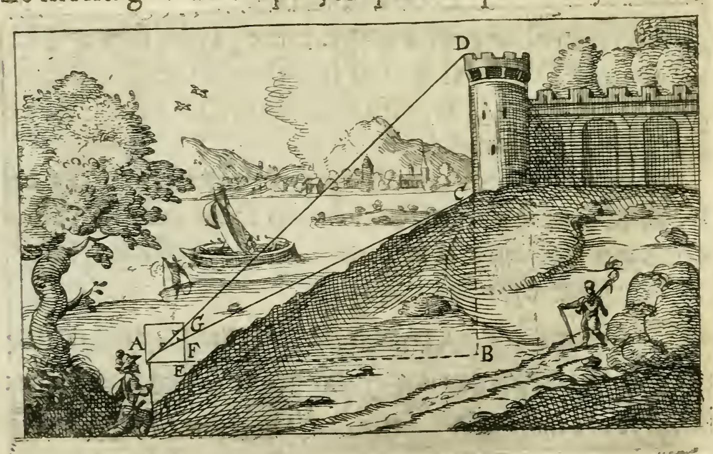
Scholie. I'eusse peu dire en moindres mots, le sens de ceste proposition. Vne hauteur esloignée estant donnée, trouuer vne partie d'icelle : mais la proposition n'eust pas esté limitée, & se fut trouué des cas, où elle eust esté impossible. C'est vne chose où la plus part se sont rendus fort negligens.

STATION SIMPLE QVAND vne hypotenuse est donnée.

PROPOSITION IX.

VNe hypotenuse ascendante estant donnée, trouuer vne hauteur, qui est à l'extremité d'icelle: Et par mesme moyen l'hypotenuse, qui s'estend d'vn bout à l'autre.

Soit ceste hypotenuse ascendante AC, le talud d'vne montagne de 60 pas, & que du point A, il faille



trouuer la hauteur de la tour C D, qui eſt à ſon extremité : pour ce faire, l'inſtrument eſtant diſpoſé comme il faut au point A, ſoient dreſſez deux rayons viſuels par les pinnulles, du point A aux deux extremitez de la hauteur C, D, & ſoient conſiderées les parties de la regle, & du coſté couppé, aux deux obſeruations : lors par la regle ſuiuante on trouuera la hauteur cherchée.

Regle.

COmme la plus petite hypotenuſe de l'angle inferieur, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la difference des hauteurs; ainſi l'hypotenuſe donnée, eſt à la hauteur cherchée.

Exemple.

SVpposons aux triangles AEF, & AEG, que la plus petite hypotenuſe A F, ſoit de 120 parties, & la difference des hauteurs FG, de 30 : lors ſelon la regle on colligera en ceſte façon : ſi la plus petite hypotenuſe A F qui eſt de 120, donne la difference des hauteurs FG, de 30, que donnera l'hypotenuſe aſcendante AC, qui contient 60 pas? Le 4 proportionel qui arriue par la regle de 3, donnera 15 pas, pour la hauteur CD, qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

DAutant qu'au triangle A B D, eſt tirée la ligne droitte A C, & E G parallele au coſté B D, par l'hypotheſe, par le 2 theoreme AF, ſera à FG, comme A C, à C D, ce qu'il falloit demonſtrer.

S'il arriue que les longueurs du quarré ſoient couppées, qu'elles ſoient reduittes, comme il a eſté monſtré.

Mais si on desire sçauoir la grandeur de l'hypotenuse A D, la regle suiuante enseignera la façon de la trouuer.

Regle pour trouuer l'hypotenuse AD.

COmme la plus petite hypotenuse de l'angle inferieur, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la grande, ainsi l'hypotenuse donnée, est à celle qui est cherchée.

C'est à dire comme F A, est à A G, ainsi C A, est à A D.

Demonstration.

SAns rien changer au diagramme, par le 2 theoreme, F A, sera à A G, comme C A, à A D, ce qu'il falloit demonstrer.

Scholie. Que feront icy ceux qui n'ont point diuisé la regle en parties? Comment pourront-ils trouuer la hauteur C D en ceste proposition? Et on voit qu'elle est aussi aisée à resoudre, que la plus simple de ce liure.

PROPOSITION X.

VNe hypotenuse descendante estant donnée, trouuer vne hauteur qui est à son extremité, & par mesme moyen la longueur ou distance qui est entre l'vne & l'autre.

Soit ceste hypotenuse descendante A F, le declin d'vne coline de 60 toises, & que du point A, il faille trouuer la hauteur de la tour F K, qui est à son extremité: pour ce faire l'instrument estant disposé comme il

il faut au point A, ſoit premierement dreſſé vn rayon viſuel par les pinnules du point A, au pied de la hauteur F, & ſoient conſiderées les parties de la regle, & du coſté couppé : en apres retournant l'inſtrument vers le haut, ſans toutefois changer le centre A, ſoit dreſſé vn autre rayon viſuel par les pinnules du meſme point A, au feſte de la hauteur K, & ſoient derechef conſiderées les parties du coſté couppé : lors par la regle ſuiuante on trouuera la hauteur cherchée.

Regle.

COmme l'hypotenuſe de l'angle ſuperieur, de l'obſeruation qui ſe fait en bas, eſt à l'aggregat des hauteurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré: ainſi l'hypotenuſe donnée eſt à la hauteur cherchée.

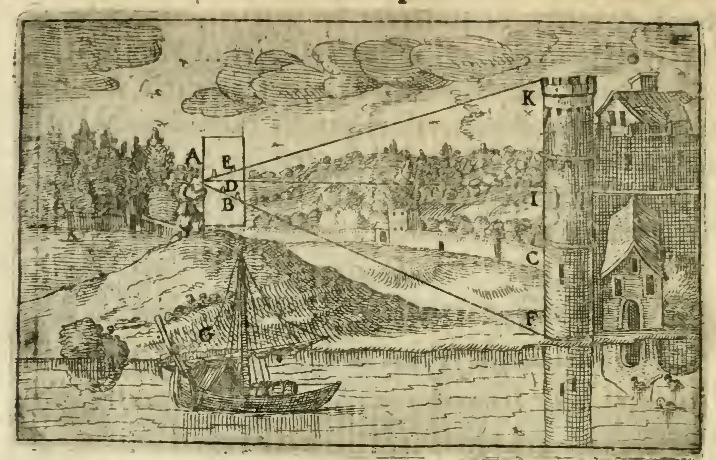
Exemple.

SVpposons au triangle ABD, que l'hypotenuſe AB, ſoit de 120 parties, en la premiere obſeruation qui ſe fait en bas, & la hauteur B D de 50 : & en la 2 obſeruation, la hauteur DE, de 30. L'aggregat des hauteurs BE, ſera de 80 : parquoy ſelon la regle on colligera en ceſte façon : ſi l'hypotenuſe A B qui eſt de 120, donne l'aggregat des hauteurs BE, de 80, que donnera l'hypotenuſe deſcendante AF, qui contient 60 toiſes? Le quatrieſme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 40 toiſes pour la hauteur FK, qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

DAutant qu'au triangle AFK, la ligne droitte BE, eſt parallele au coſté F K, par l'hypotheſe, les triangles A B E, & A F K, ſeront equiangles par le 1

theoreme: parquoy par la 4 du ſixieſme comme AB, eſt à B E; ainſi A F, eſt à F K, ce qu'il falloit demonſtrer.



Que ſi la hauteur cherchée eſtoit au niueau, auec le point A, comme eſt la hauteur FI, vne ſeule obſeruation ſeroit neceſſaire, & faudroit colliger en ceſte façon: comme l'hypotenuſe A B, eſt à la hauteur B D, ainſi l'hypotenuſe donnée A F, eſt à la hauteur cherchée F I.

Demonſtration.

DAutant qu'au triangle AFI, la ligne droitte BD, eſt parallele au coſté FI, par l'hypotheſe: les triangles ABD, & AFI, ſeront equiangles par le 1 theoreme: parquoy par le 4 du ſixieſme, comme A B, eſt à BD, ainſi AF, eſt à FI, ce qu'il falloit demonſtrer.

Et s'il falloit trouuer la hauteur FC, qui eſt plus baſſe, ayant dreſſé deux rayons viſuels par les pinnules du point A, aux deux extremitez de la hauteur F, & C, il faudroit colliger en ceſte façon: comme la plus grande hypotenuſe de l'angle ſuperieur, eſt à la diffe-

rence des hauteurs : ainſi l'hypotenuſe donnée, eſt à la haut ur cherchée.

Notez que ſi les longueurs du quarré ſont couppées aux obſeruations, ce qui arriue rarement qu'il les faut reduire.

Corollaire.

De là il ſera aiſé de trouuer la partie C K, ou autre. Car ſi la totale K F, eſtant cogneuë, on oſte F C, que l'on vient de trouuer : il reſtera CK, que l'on ignoroit. Mais ſi on deſire ſçauoir la longueur ou diſtance qu'il y a entre A & I, la regle ſuiuante enſeignera la façon de la trouuer.

Regle pour trouuer la longueur ou diſtance.

Comme l'hypotenuſe eſt à la longueur, au triangle qui ſe fait ſur le quarré : ainſi l'hypotenuſe donnée, eſt à la longueur ou diſtance qui eſt cherchee.

C'eſt à dire comme BA, eſt à AD, ainſi FA, eſt à AI.

Ceſte propoſition ſe met en practique auſſi quand on veut trouuer la profondeur d'vn foſſé ou d'vn precipice, par la cognoiſſance de la deſcente ou hypotenuſe : comme ſoit vne vallée ou foſſé DFC, de laquelle on cherche la profondeur F I, par la cognoiſſance que l'on a de l'hypotenuſe BF, de 60 toiſes, (que l'on peut aiſement meſurer auec vne pierre attachée à quelque corde) pour ce faire l'inſtrument eſtant diſpoſé perpendiculairement au point D, ſoit dreſſé vn rayon viſuel par les pinnules du point A à l'extremité de la deſcente F, & ſoient conſiderées les parties de la regle, & du coſté couppé : lors en quelque façon

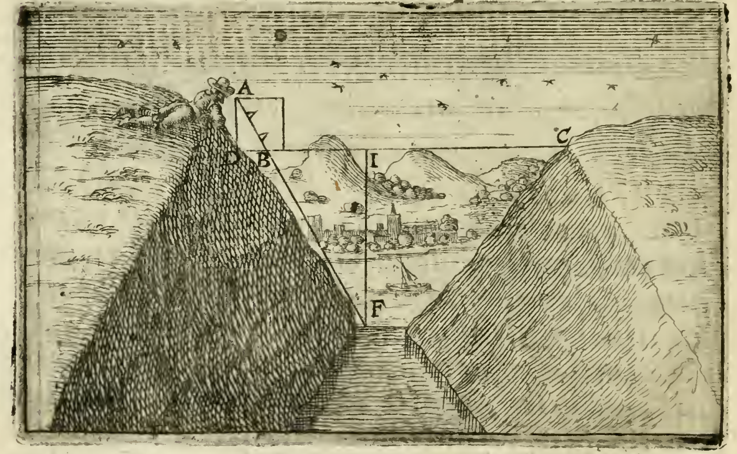
que tombe la ligne de foy, par la regle ſuiuante on trouuera la profondeur cherchée.

Regle.

Comme l'hypotenuſe eſt à la hauteur au triangle qui ſe fait ſur le quarré: ainſi l'hypotenuſe donnée, eſt à la profondeur cherchée.

Exemple.

SVppoſons au triangle A B D, que l'hypotenuſe ou les parties de la regle A B, ſoient de 120 & la hauteur A D de 100: lors ſelon la regle on colligera en ceſte façon: ſi l'hypotenuſe BA, qui eſt de 120, don-



ne la hauteur AD de 100, que donnera l'hypotenuſe deſcendante BF, qui contient 60 toiſes? Le quatrieſme proportionel, qui arriue par la regle de trois, donnera 50 toiſes, pour la profondeur du foſſé F I, qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

DAutant qu'aux triangles BAD, & BFI, les angles D, & I, sont egaux, pource qu'ils sont droits: semblablement les angles DBA, & IBF, *le troisiesme BAD sera egal au troisiesme BFI,* & les triangles BAD, & BFI, equiangles; parquoy par la 4 du sixiesme, comme BA, est à AD, ainsi BF, est à FI, ce qu'il falloit demonstrer. *15. 1 *32. 1

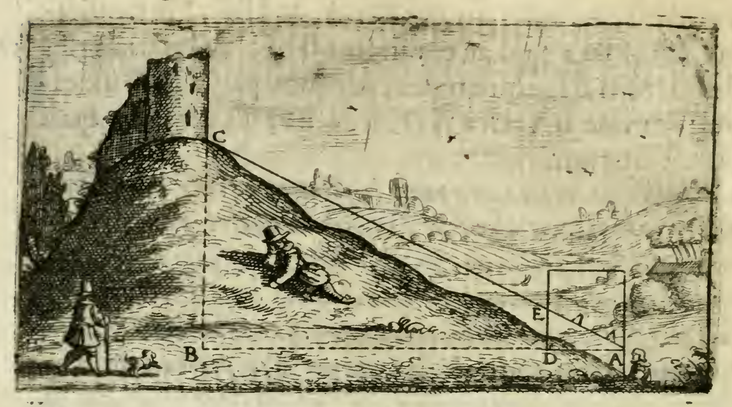
Scholie. On ne trouuera point la solution de ceste proposition, dans ceux qui ont escrit de l'vsage du quarré geometrique: comme aussi de plusieurs autres qui sont icy, faute de n'y auoir pas procedé d'vn bon ordre. Quand est du corollaire de la mesure des fossez, que nous auons mis, ils en font vne proposition particuliere tout à la fin, comme si la profondeur d'vn fossé se mesuroit d'autre façon, qu'vne hauteur reelle qui seroit à l'extremité d'vne hypotenuse descendante? Qui plus est, ils semblent ignorer, que les questions doiuent estre proposées nuëment pour les rapporter à tous vsages, sans faire aucune mention dans icelles, des tours, des fossez, des plaines, & autres termes particuliers.

PROPOSITION XI.

VNe hypotenuse ascendante estant donnée, trouuer la hauteur qui s'abbaisse à l'extremité d'icelle; & par mesme moyen la longueur ou distance, qui s'estend iusqu'à ladite hauteur: soit que ces lignes se puissent voir entierement, ou non.

Soit ceste hypotenuse ascendante AC, la pante d'vne montagne de 50 toises, & que du point A, il faille trouuer la hauteur CB, qui s'abbaisse à son extremité:

pour ce faire, l'instrument estant disposé comme il faut au point A, soit dressé vn rayon visuel par les pinnules du point A, au point C, & soient considerées les



parties de la regle, & du costé couppé : lors en quelque façon que puisse tomber la ligne de foy, par la regle suiuante on trouuera la hauteur cherchée.

Regle.

COmme l'hypotenuse est à la hauteur, au triangle qui se fait sur le quarré : ainsi l'hypotenuse donnée, est à la hauteur cherchée.

Exemple.

SVpposons au triangle A D E, que l'hypotenuse A E, soit de 117 parties, & la hauteur E D, de 60: lors selon la regle on colligera en ceste façon, si l'hypotenuse A E, qui est de 117, donne la hauteur E D, de 60, que donnera l'hypotenuse A C, qui contient 50 toises? Le quatriesme proportionel, qui arriue par la regle de trois, donnera $25 \frac{82}{117}$ toises, pour la hauteur CB, qu'il failloit trouuer.

Demonſtration.

DAutant qu'au triangle A B C, la ligne droitte DE, eſt parallele au coſté B C , par l'hypotheſe: les triangles ADE, & ABC , ſeront equiangles : parquoy par la 4 du ſixieſme, comme A E, eſt à E D , ainſi AC, eſt à CB, ce qu'il falloit demonſtrer.

Si on veut ſçauoir la longueur ou diſtance A B , la regle ſuiuante enſeignera la façon de la trouuer.

Regle pour trouuer la longueur ou diſtance.

COmme l'hypotenuſe eſt à la longueur au triangle qui ſe fait ſur le quarré : ainſi l'hypotenuſe donnée, eſt à la longueur ou diſtance qui eſt cherchée.

Exemple.

SI l'hypotenuſe E A, qui eſt de 117 parties , donne la longueur A D, de 100, que donnera l'hypotenuſe CA, qui contient 50 toiſes? Le 4 proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera $42\frac{96}{117}$ toiſes, pour la longueur ou diſtance AB, qu'il falloit trouuer.

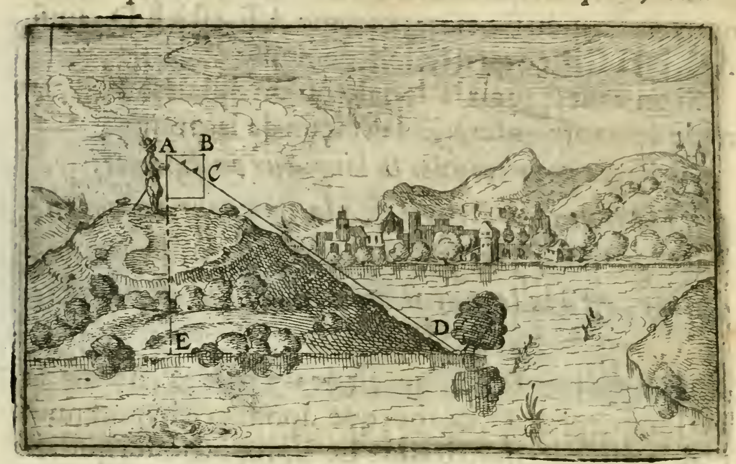
Demonſtration.

SAns rien changer au diagramme les triangles ADE, & A B C , eſtant equiangles ; par la 4 du ſixieſme, E A ſera A E , comme C A, à E B , ce qu'il falloit demonſtrer.

PROPOSITION XII.

VNe hypotenuſe deſcendante eſtant donnée, trouuer la longueur qui s'eſtend iuſqu'à l'extremité d'icelle : & par meſme moyen, la hauteur de ladite hypotenuſe, ſoit que ces lignes ſe puiſſent voir entierement ou non.

Soit ceste hypotenuse descendante AD, la descente d'vne montagne de 60 toises, & que du point A, il faille trouuer la longueur ED, qui s'estend iusqu'à son extremité: pour ce faire l'instrument estant disposé, com-



me il faut au point A, soit dressé vn rayon visuel par les pinnules du point A, au point D, & soient considerées les parties de la regle & du costé couppé: lors en quelque façon que puisse tomber la ligne de foy, par la regle suiuante on trouuera la longueur cherchée.

Regle.

COmme l'hypotenuse est à la longueur, au triangle qui se fait sur le quarré: ainsi l'hypotenuse donnée, est à la longueur cherchée.

Exemple.

SVpposons au triangle ABC, que l'hypotenuse AC, soit de 117 parties, & la longueur AB, de 100: lors selon la regle on colligera en ceste façon: si l'hypotenuse

nuſe C A, qui eſt de 117 donne la longueur A B, de 100, que donnera l'hypotenuſe deſcendante AD, qui contient 60 toiſes? Le 4 proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera $51\frac{33}{117}$ toiſes, pour la longueur DE qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

DAutant qu'aux triangles ABC, & ADE, les angles B, & E, ſont egaux, pource qu'ils ſont droits: ſemblablement les angles BAC, & EDA, à cauſe des paralleles, A B, E D,* le troiſieſme B C A, ſera egal au troiſieſme E A D,* & les triangles B C A, & E A D, equiangles: parquoy par la 4 du ſixieſme, comme CA, eſt à A B, ainſi A D, eſt à D E, ce qu'il falloit demonſtrer. *29.1 *32.1

Si on veut ſçauoir la hauteur de l'hypotenuſe A E, la regle ſuiuante enſeignera la façon de la trouuer.

Regle pour trouuer la hauteur de l'hypotenuſe.

COmme l'hypotenuſe eſt à la hauteur, aux triangles qui ſe font ſur le quarré: ainſi l'hypotenuſe donnée, eſt à la hauteur cherchée.

Exemple.

SI l'hypotenuſe CA, qui eſt de 117 parties, donne la hauteur CB, de 60, que donnera l'hypotenuſe deſcendante DA, qui cõtient 60 toiſes? Le 4 proportionel, qui arriue par la regle de trois, donnera $30\frac{90}{117}$ toiſes, pour la hauteur AE, qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

SAns rien changer au diagramme, les triangles BCA, & EAD, eſtant equiangles; par la 4 du ſixieſme AC, ſera à CB, cõme D A, à AE, ce qu'il falloit demonſtrer.

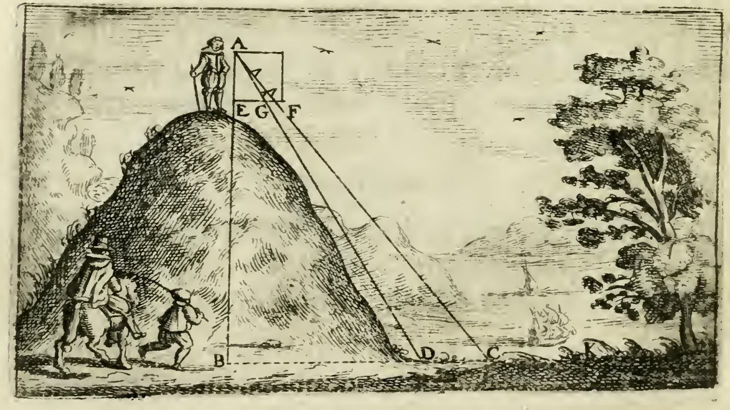
Scholie. On ne doit pas estimer ces deux dernieres propositions inutiles, pour auoir esté obmises par les autres. Les figures que nous y auõs mises monstrent assez d'elles mesmes, quelle en est l'vtilité. Car elles enseignent à mesurer la profondeur des montagnes, si on y vouloit faire vn puits pour y trouuer de l'eau; & quelle est la distance & estenduë iusque au pied, si par exemple on y vouloit conduire vne mine pour faire sauter quelque Chasteau, qui seroit au sommet. Le lecteur ingenieux suppleera au deffaut de tous les autres, de ce que par briefueté nous taisons à escient.

STATION SIMPLE QVAND la partie d'vne longueur est donnée.

PROPOSITION XIII.

LA partie d'vne longueur esloignée estant donnée, trouuer le reste d'icelle, du feste d'vne hauteur adjacente, qui est à son extremité : soit qu'elle se puisse voir entierement, ou non.

Soit ceste partie de longueur esloignée C D, de 12 pas, & que du point A, il faille trouuer le reste de la



longueur DB, pour ce faire l'inſtrument eſtant diſpoſé comme il faut au point A, ſoient dreſſez deux rayons viſuels par les pinnules, aux deux extremitez de la partie D,C, & ſoient conſiderées les parties du coſté coupé aux deux obſeruations : lors par la regle ſuiuante on trouuera le reſte de la longueur cherchée.

Regle.

Comme la difference des longueurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré eſt à la plus petite : ainſi la partie de la longueur donnée, eſt au reſte de la longueur cherchée.

Exemple.

Suppoſons aux triangles AEF, & AEG, que la plus grande des longueurs EF, ſoit de 90 parties, & la moindre EG, de 60, leur difference GF, ſera de 30 : parquoy ſelon la regle on colligera en ceſte façon : ſi la difference des longueurs GF, qui eſt de 30, donne la plus petite GE, de 60, que donnera la partie de longueur eſloignée CD, qui contient 12 pas? Le 4 proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 24 pas, pour le reſte de la longueur DB, qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

Dautant qu'au triangle ABC, eſt tirée la ligne droitte AD, & EF, parallele au coſté BC, par la ſituation du quarré ; par le 2 theoreme FG, ſera à GE, comme CD, eſt à DB, ce qu'il falloit demonſtrer.

S'il arriue que les hauteurs du quarré ſoiét couppées, en l'vne & l'autre obſeruation, ſans faire aucune reduction, on trouuera la meſme partie par ceſte regle.

Regle.

COmme la difference des hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la plus petite: ainsi la partie de la longueur donnée, est au reste de la longueur cherchée.

Demonstration.

DAutant que par le 3 theoreme, les hauteurs sont en mesme raison que les longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré: & que par la demõstration precedente, la difference des longueurs est à la plus petite, comme la partie donnée, est à la partie cherchée: il sera vray aussi, que comme la difference des hauteurs, est à la plus petite; ainsi la partie donnée, est à la partie cherchée, ce qu'il falloit demonstrer.

Si en vne obseruation la hauteur est couppée, & en l'autre la longueur, que l'vne des deux soit reduitte comme il a esté monstré.

Que si on vouloit sçauoir vne longueur plus esloignée que celle qui est donnée, comme CK, ayant trouué la totale BC, elle se trouueroit par la 5 proposition.

Scholie. Les lieux ne sont pas tousiours commodes, pour prendre des lignes comme l'on veut: par exemple il peut arriuer, qu'il faille mesurer la hauteur de la montagne AB, & que rien n'estant cogneu ny donné pour ce faire, on soit contraint de prendre vne distance notable sur quelque plaine, comme DC, par le moyen de laquelle on puisse lors mesurer la hauteur de la montagne du feste d'icelle.

PROPOSITION XIV.

LA partie d'vne longueur esloignée estant donnée, trouuer vne hauteur adjacente, qui est à son extremité: soit qu'elle se puisse voir entierement ou non; & par mesme moyen les hypotenuses.

Soit ceste partie de longueur esloignée C D, de 12 pas, & que du point A, il faille trouuer la hauteur du precipice AB, qui est à son extremité, pour ce faire, l'instrument estant disposé comme il faut au point A, soient dressez deux rayons visuels par les pinnules, du point A, aux deux extremitez de la partie D, & C, & soient considerées les parties du costé couppé aux deux obseruations: lors par la regle suiuante on trouuera la hauteur cherchée.

Regle.

COmme la difference des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la hauteur du costé: ainsi la partie de la longueur donnée, est à la hauteur cherchée.

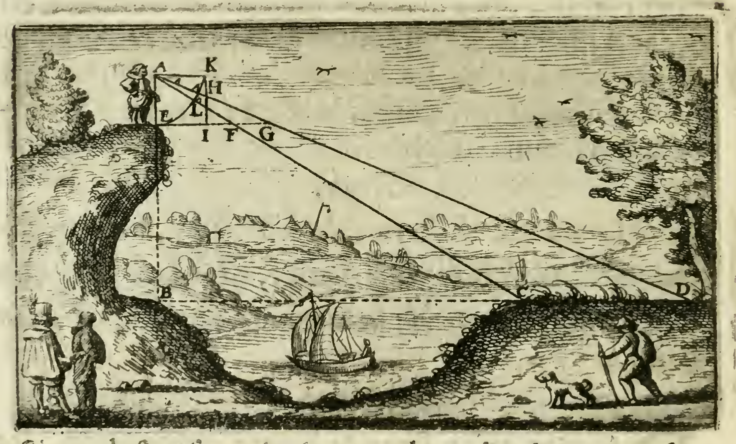
Exemple.

DAutant qu'en l'vne & l'autre obseruation, les hauteurs du quarré sont couppées 40 & 60, & que selon la regle, il faut colliger par la difference des longueurs, il sera necessaire de reduire les hauteurs en longueurs, & supposons qu'estant reduittes, elles soient de 250, & de $166\frac{2}{3}$, leur difference sera de $83\frac{1}{3}$: parquoy selon la regle on colligera en ceste façon: si la difference des longueurs qui est de $83\frac{1}{3}$, donne la

hauteur du costé de 100, que donnera la partie de la longueur esloignée D C, qui contient 12 pas? Le 4 proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera $14\frac{10}{25}$ pas, pour la hauteur A B, qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

SI on imagine le costé E I, allongé iusqu'à G, la ligne E G, sera la plus grande longueur, E F la plus petite, & F G la difference : & pour ce qu'au triangle A B D, est tirée la ligne droitte A C, & E G, parallele au costé B D, par le 2 theoreme, GF, sera à EA, comme D C, est à B A, ce qu'il falloit demonstrer.



Si on desire sçauoir la grandeur des hypotenuses AD, AC, la regle suiuante enseignera la façon de les trouuer.

Regle pour trouuer les hypotenuses.

COmme la difference des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à l'hypotenuse grande ou petite de l'angle inferieur: ainsi la partie de la lon-

gueur donnée, est à l'hypotenuse grande ou petite qui est cherchée.

C'est à dire comme G F, est à F A, ainsi D C, est à C A, & comme F G, est à G A, ainsi C D, est à D A.

Demonstration.

SAns rien changer au diagramme, G F, sera à F A, comme D C, à C A, par le 2 theoreme: & par le mesme comme F G, à G A, ainsi C D, à D A, ce qu'il falloit demonstrer.

Schol. Il est tẽps que ie monstre l'vtilité de la table de reduction, de laquelle i'ay parlé cy-deuant. Car ie m'asseure que ceux qui ne sont accoustumez à faire les regles de trois en fractions, trouueront de la difficulté quand cela arriuera. Il faut donc pour éuiter ceste incommodité, au lieu de considerer les parties du costé couppé aux obseruations, considerer les degrez couppez au quart de cercle, & prendre les seconds nombres de la table vis à vis d'iceux, pour les nombres de reduction: comme supposans en l'exemple precedente, qu'il y ait 22 degrez, & 31 couppez, & qu'il faille trouuer les longueurs du quarré, E F, & E G; pour ce faire vis à vis de 22 on trouuera 40403, pour la hauteur K H, & 247509, pour la longueur reduitte E G, au respect du costé du quarré, qui est de 100000, & vis à vis de 31, on trouuera 60086, pour la hauteur K L, & 166428, pour la longueur reduitte E F, parquoy leur difference F G, sera 81081, & selon la regle on dira: si la difference F G, qui est 81081, donne la hauteur du costé E A, de 100000, que donnera la partie esloignée D C, qui contient 12 pas? Le quatriesme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 14 pas; ou enuiron, pour la hauteur A B qu'il falloit trouuer. Ceste methode est bien plus certaine, pour faire toutes les operations, que de se seruir de la diuision des costez du quarré, pource que les par-

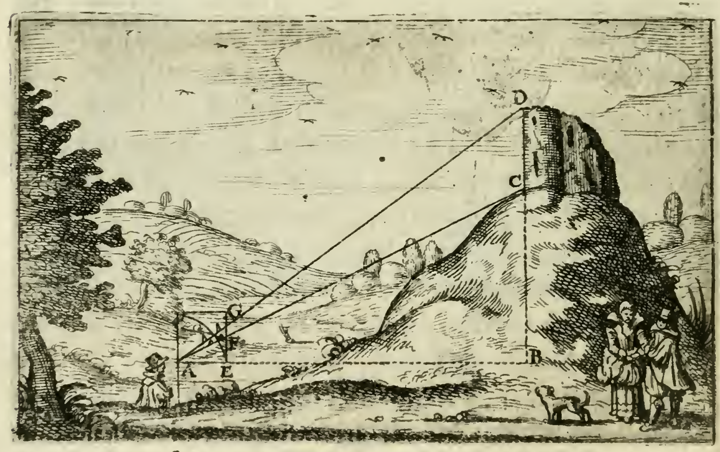
ties du costé, se pressent vers la diagonale, & s'y peut commettre erreur, ce qui n'arriue iamais au quart de cercle, ou toutes les diuisions sont d'vne egalle superficie.

STATION SIMPLE QVAND la partie d'vne hauteur est donnée.

PROPOSITION XV.

LA partie d'vne hauteur esloignée estant donnée, trouuer le reste d'icelle du bout d'vne longueur adjacente, qui est à son extremité, soit qu'elle se puisse voir entierement, ou non.

Soit ceste partie de hauteur esloignée CD, vne tour de 4 toises, & que du point A, il faille trouuer quelle est la hauteur de la montagne C B, au dessus du point



A : pour ce faire, l'instrument estant disposé comme il faut au point A, soient dressez deux rayons visuels par les pinnules du point A, aux deux extremitez de la partie

partie D, & C, & ſoient conſiderées les parties du coſté couppé aux deux obſeruations: lors par la regle ſuiuante on trouuera le reſte de la hauteur cherchée.

Regle.

Comme la difference des hauteurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la plus petite, ainſi la partie de la hauteur donnée, eſt au reſte de la hauteur cherchée.

Exemple.

SVpposons aux triangles AEF, & AEG, que la plus grande des hauteurs E G, ſoit de 80 parties, & la moindre E F, de 60, leur difference F G, ſera de 20: parquoy ſelon la regle on colligera en ceſte façon; ſi la difference des hauteurs GF, qui eſt de 20, donne la plus petite F E, de 60, que donnera la partie de la hauteur eſloignée DC, qui contient 4 toiſes? Le quatrieſme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 12 toiſes, pour le reſte de la hauteur CB, qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

DAutant qu'au triangle A B D, eſt tirée la ligne droitte A C, & E G, parallele au coſté B D, par l'hypotheſe, par le ſecond theoreme G F, ſera à F E, comme D C, eſt à C B, ce qu'il falloit demonſtrer.

Si les longueurs du quarré ſont couppées en l'vne & l'autre obſeruation, ſans faire aucune reduction on trouuera la meſme partie par ceſte regle.

Regle.

COmme la difference des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la plus petite : ainsi la partie de la hauteur donnée, est au reste de la hauteur cherchée.

Demonstration.

DAutant que par le 3 theoreme, les longueurs sont en mesme raison que les hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré: & que par la demõstration precedente, la difference des hauteurs est à la plus petite, comme la partie de hauteur donnée, est au reste de la hauteur cherchée, il sera vray aussi que comme la difference des longueurs, est à la plus petite, ainsi la partie de hauteur donnée, est au reste de la hauteur cherchée, ce qu'il falloit demonstrer.

Si en vne obseruation la longueur est couppée, & en l'autre la hauteur, que l'vne des deux soit reduitte, comme il a esté monstré.

Que si on vouloit sçauoir vne hauteur plus esleuée que celle qui est donnée, ayant trouué la totale B D, icelle se trouueroit par la 8. proposition.

Scholie. Ie veux derechef monstrer l'vsage de la table de reduction, & comment il n'est besoin que ny les costez du quarré, ny la regle, soient diuisées s'il on veut, pour ce que leur diuision se peut trouuer plus precisement par la table en ceste façon. Soit proposé à trouuer la hauteur de la montagne CD, par la cognoissance de la masure DC, qui est de 4 toises, au dessus d'icelle : pour ce faire, soient considerez les degrez couppez, au quart de cercle, qui par exemple soient 30 & 40, lors auec l'aide de la table on trouuera la diuision des costez precisement,

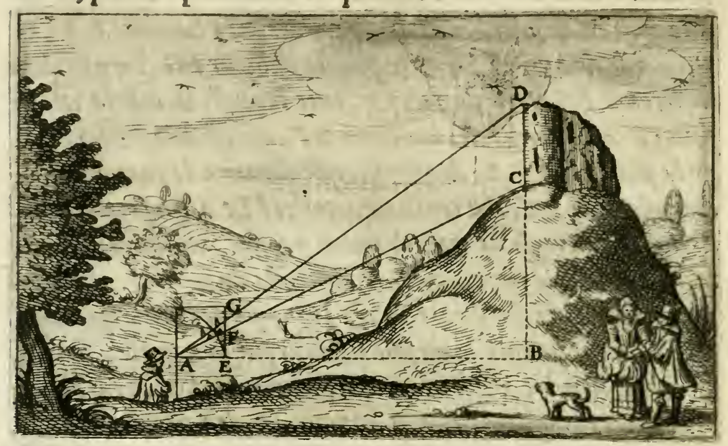
par les premiers nombres qui sont vis à vis de 30 & 40 degrez, & leur reduction par les seconds. Comme vis à vis de 30 degrez, le premier nombre est de 57735, pour la hauteur E F, & vis à vis de 40, est 83909, pour la hauteur EG, parquoy leur difference FG, sera de 26174, auec laquelle ie collige en disant : si la difference des hauteurs GF, qui est de 26174, donne la plus petite F E, de 57735, que donnera la partie de hauteur esloignée DC, qui contient 4 toises? Le 4 proportionel qui arriue par la regle de trois donnera 9 toises, vn peu moins pour la hauteur de la montagne CB, au dessus du point A. Et ainsi sans que le costé soit diuisé, on n'a pas laissé de faire l'operation. Et si on veut trouuer la mesme hauteur par la 2 regle, soit pris le second nombre vis à vis de 30, sçauoir 173205, pour la plus grande des longueurs, & vis à vis de 40, le 2 nombre 119175, pour la plus petite, leur difference sera 54030, auec laquelle ie collige en disant : si la difference des longueurs 54030, donne la plus petite 119175, que donnera la partie de la hauteur esloignée DC, qui est de 4 toises? Le quatriesme proportionel donnera comme dessus 9 toises vn peu moins, pour la hauteur de la montagne CB, au dessus du point A comme deuant.

PROPOSITION XVI.

LA partie d'vne hauteur esloignée estant donnée, trouuer vne longueur adiacente qui est à son extremité, soit qu'elle se puisse voir entierement ou non: & par mesme moyen les hypotenuses.

Soit ceste partie de hauteur esloignée DC, vne tour de 4 toises, & que du point A, il faille trouuer la longueur AB, qui s'estend iusques à la perpendiculaire DCB : pour ce faire l'instrument estant disposé com-

me il faut au point A, ſoient dreſſez deux rayons viſuels, par les pinnules du point A aux deux extremi-



tez de la partie D, C, & ſoient conſiderées les parties du coſté couppé aux deux obſeruations : lors par la regle ſuiuante on trouuera la longueur cherchée.

Regle.

Comme la difference des hauteurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la longueur du coſté: ainſi la partie de la hauteur donnée, eſt à la longueur cherchée.

Exemple.

SVpposons aux triangles A E F, & A E G, que la plus grande des hauteurs E G, ſoit de 80 parties, & la moindre E F de 60, leur difference F G, ſera de 20: parquoy ſelon la regle on colligera en ceſte façon, ſi la difference des hauteurs F G, qui eſt de 20, donne la longueur du coſté EA, de 100, que donnera la partie de la hauteur eſloignée C D, qui contient 4 toiſes?

Le quatriesme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 20 toises, pour la longueur A B, qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

DAutant qu'au triangle A B D, est tirée la ligne droitte A C, & E G, parallele au costé B D, par l'hypothese: par le 2 theoreme G F, sera à E A, comme D C, est à B A, ce qu'il falloit demonstrer.

S'il arriue que les longueurs du costé soient couppées, qu'elles soient reduittes comme il a esté monstré.

Mais si on desire sçauoir la grandeur des hypotenuses A D, & A C, la regle suiuante enseignera la façon de les trouuer.

Regle pour trouuer les hypotenuses.

COmme la difference des hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à l'hypotenuse grande ou petite de l'angle inferieur: ainsi la partie de la hauteur donnée, est à l'hypotenuse grande ou petite qui est cherchée.

C'est à dire comme G F, est à F A, ainsi D C, est à C A, & comme F G, est à G A, ainsi C D, est à D A.

Demonstration.

SAns rien changer au diagramme G F, sera à F A, comme D C, est à C A, par le 2 theoreme: & par le mesme, comme F G, est à G A, ainsi C D, est à D A, ce qu'il falloit demonstrer.

Scholie. Si on desire se seruir de la table de reduction, pour trouuer la longueur A B, soient derechef considerez les degrez couppez au quart de cercle par exemple de 30 & 40. Comme

cy-dessus : lors on trouuera la valeur des costez couppez, par le moyen de la table en ceste façon. Premierement vis à vis de 30, le premier nombre est 57735, pour la hauteur EF, & vis à vis de 40, est 83909, pour la hauteur EG, parquoy leur difference FG, sera de 26174, auec laquelle ie collige en disant : si la difference des hauteurs GF, qui est de 26174, donne la longueur du costé EA, de 100000, que donnera la partie de hauteur esloignée DC, qui contient 4 toises ? Le quatriesme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 15 toises, & enuiron ⅓, pour la longueur AB. Et si on veut trouuer l'hypotenuse AD, on prendra par les tables la premiere hypotenuse, vis à vis de 40, sçauoir est 130540, pour l'hypotenuse AG, & dira-on si la difference des hauteurs FG, qui est de 26174, donne l'hypotenuse GA, de 130540, que donnera la hauteur CD, qui est de 4 toises ? Le quatriesme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 20 toises vn peu moins, pour l'hypotenuse AD qu'il falloit trouuer. Et ainsi voit-on que sans que les costez du quarré soient diuisez, ny la ligne de foy, on ne laisse pas de trouuer ce que l'on cherche.

STATION SIMPLE QVAND la partie d'vne hypotenuse est donnée.

TOutefois & quantes que rien n'est donné, ou que ce qui est donné, n'est pas parallele à quelqu'vn des costez du triangle qui se fait sur le quarré, quand il est disposé pour faire l'operation, la question est impossible : comme il arriue quand la partie d'vne hypotenuse esloignée est donnée : ou finalement comme i'ay touché cy-deuant, quand ce qui est donné à vne raison comme insensible, à ce qui est cherché.

STATION SIMPLE QVAND vne longueur est donnée & opposée à vne autre parallele.

Proposition XVII.

VNe grande longueur adiacente estant donnée, trouuer vne plus petite qui luy est parallele, qui s'estend tout aussi loing, & parmesme moyen leur distance & hypotenuses.

Soit ceste grande longueur adjacente E C, vne sale ou vne gallerie de 60 pas, & que du point E, il faille trouuer la longueur de la voute A B, qui s'estend tout aussi loing que le point C : pour ce faire, l'instrument estant disposé comme il faut au point E, soient dressez deux rayons visuels par les pinnules, du point E aux deux extremitez de la voute A,B, & soient considerez les parties du costé couppé aux deux obseruations: lors par la regle suiuante on trouuera la petite longueur qui est cherchée.

Regle.

COmme la plus grande des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la difference; Ainsi la plus grande longueur donnée, est à la petite qui est cherchée.

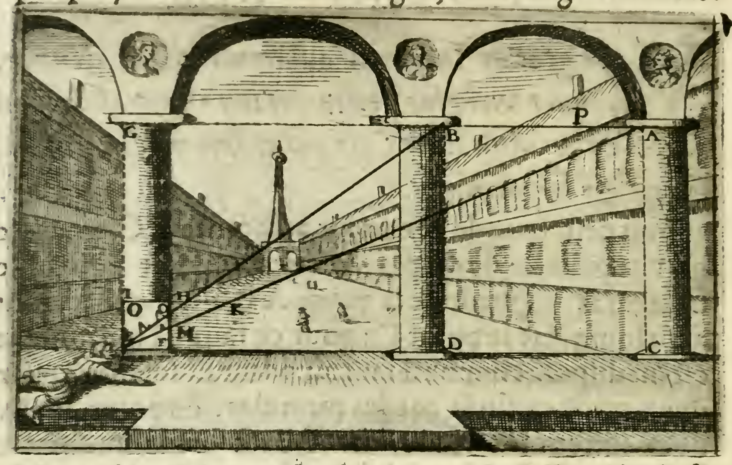
Où si les hauteurs sont couppées, comme en la figure, sans faire aucune reduction on colligera.

COmme la plus grande des hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la difference: ainsi la plus grande

longueur donnée, est à la petite qui est cherchée.

Exemple.

SVpposons aux triangles E F O, & E F M, que la plus grande hauteur F O, soit de 70 parties, & la moindre F M, de 40, leur difference MO, sera de 30: parquoy selon la seconde regle, on colligera en ceste



façon: si la plus grande des hauteurs O F, qui est de 70, donne la difference O M, de 30, que donnera la grande longueur adjacente EC, qui contient 60 pas? le quatriesme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera $25\frac{5}{7}$ pas, pour la petite longueur B A, qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

LE parallelogramme E C A G, estant acheué par imagination, si on conçoit le costé I H, estre alongé jusqu'à K, la ligne I K, sera la plus grande longueur aux triangles qui se font sur le quarré, I H la moindre, & K H leur difference: & dautãt que au triangle E A G, est tirée la ligne droitte E B, & I K parallele au costé

GA,

GA, par la ſituation de l'inſtrument, par le 2 theoreme, comme I H, eſt à HK, ainſi GB, eſt à BA, & en compoſant, comme I K, eſt à KH, ainſi GA, (c'eſt à dire EC) eſt à AB, ce qu'il falloit demonſtrer.

Et pour la ſeconde regle, dautant que par le 3 theoreme, IK, eſt à KH, comme FO, eſt à OM, & que par la demonſtration precedente I K, eſt à K H, comme E C, eſt à A B, il ſera vray auſſi que comme F O, eſt à O M, ainſi EC, eſt à AB, ce qu'il falloit demonſtrer.

Si en vne obſeruation, la longueur eſt couppée, & en l'autre la hauteur, que l'vne des deux ſoit reduitte comme il a eſté monſtré.

Corollaire.

DE là il ſera aiſé à cognoiſtre de combien la plus grande longueur excede la petite.

Si maintenant on deſire ſçauoir la hauteur ou diſtance C A, elle ſe trouuera par la premiere propoſition, en diſant comme A F, eſt à F M, ainſi A C, eſt à C A. Et ſi on veut les hypotenuſes, la regle ſuiuante enſeignera la façon de les trouuer.

Regle pour trouuer les hypotenuſes.

COmme la plus grande des longueurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à l'hypotenuſe grande ou petite de l'angle ſuperieur: ainſi la longueur donnée, eſt à l'hypotenuſe cherchée.

C'eſt à dire comme IK, eſt à KE, ainſi CE, eſt à EA. Et comme IK, eſt à HE, ainſi CE, eſt à EB.

Demonſtration.

SAns rien changer au diagramme I K, ſera à K E, comme G A (c'eſt à dire E C) eſt à A E, par le ſe-

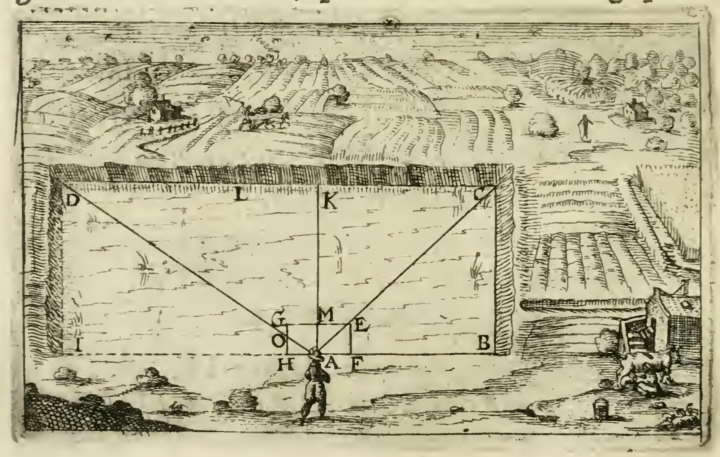
cond theoreme. Et par le mesme IK sera à HE, comme GA ou EC, est à EB, ce qu'il falloit demonstrer.

Scholie. Il n'importe pas que la longueur donnée, soit en haut ou en bas, ou que toutes deux soient au niueau l'vne de l'autre, pourueu qu'elles soient paralleles, & d'vn costé de semblable estenduë. Ceste proposition se met en practique comme aussi les six suiuantes aux figures parallelogrammes, comme sales, iardins, galleries, courts, viuiers, fossez, & autres.

Proposition XVIII.

VNe grande longueur esloignée estant donnée, trouuer vne plus petite adiacente qui luy est parallele, qui d'vn costé s'estend tout aussi loing: soit que l'on la puisse voir entierement, ou non: & par mesme moyen leur distance & hypotenuses.

Soit ceste grande longueur esloignée CD, vn fossé de 600 pas, & que du point A, il faille trouuer la longueur adiacente AI, qui s'estend aussi loing que le



point D : pour ce faire, l'instrument estant disposé comme il faut au point A, soit premierement dressé vn rayon visuel par les pinnules du point A à l'extremité C. Et soient considerées les parties du costé couppé. En apres retournant l'instrument vers la main gauche sans changer le centre A, soit dressé vn autre rayon visuel par les pinnules du mesme point A, à l'autre extremité D, & soient derechef considerées les parties du costé couppé : lors par la regle suiuante on trouuera la petite longueur qui est cherchée.

Regle.

Comme l'aggregat des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la longueur qui est à gauche ou à droit : ainsi la grande longueur donnée, est à la petite qui est cherchée.

Exemple.

DAutant qu'en l'obseruation qui se fait à main droitte, la longueur ME, est couppée de 90 parties, & en celle qui se fait à gauche, la distãce est couppée au point O de 50, il la faudra reduire en longueur, pource que selon la regle, il faut colliger par l'aggregat des longueurs, & supposons qu'estant reduitte, elle donne 200 pour la ligne M G, l'aggregat E G sera de 290 : parquoy selon la regle on colligera en ceste façon : si l'aggregat des longueurs E G, qui est de 290, donne la longueur MG de 200, que donnera la grande longueur esloignée C D, qui contient 600 pas ? Le 4 proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 414 pas vn peu moins, pour la petite longueur AI, qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

DAutant qu'au triangle A C D, est tirée la ligne droitte AK, & EG, parallele au costé CD, par la situation de l'instrument : par le 2 theoreme EM, sera à M G, comme C K, à K D, & en composant comme E G, à G M, ainsi C D, à DK, c'est à dire IA, ce qu'il falloit demonstrer.

Corollaire.

DE là il sera aisé à cognoistre de combien la plus grande longueur excede la petite.

Si on veut sçauoir la distance A K, la regle suiuante enseignera la façon de la trouuer.

Regle pour trouuer la distance.

COmme l'aggregat des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à l'estenduë du costé, ainsi la longueur donnée, est à la distance cherchée.

C'est à dire comme EG est à MA, ainsi CD est à KA.

Demonstration.

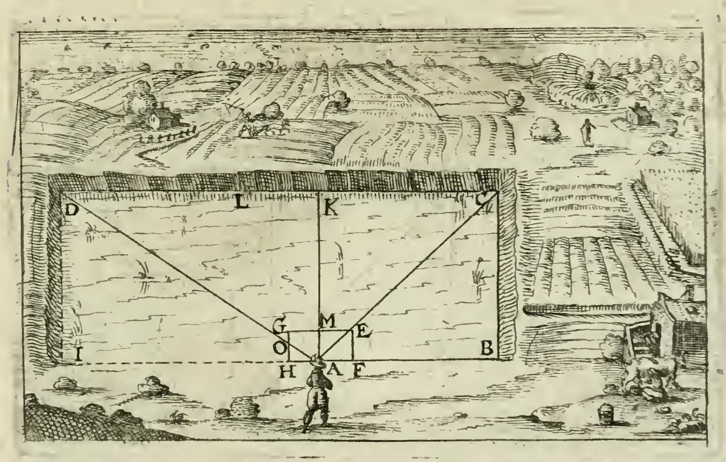
SAns rien changer au diagramme, par le 2 theoreme GE, sera à MA, comme DC, à KA, ce qu'il falloit demonstrer.

Que si on desire cognoistre l'hypotenuse AD; pour la trouuer on dira comme EG, est à GA. ainsi CD, est à DA. Et pour auoir l'hypotenuse A C, on colligera comme G E, est à E A, ainsi D C, est à CA. Ce qui se prouue par le 2 theoreme.

PROPOSITION XIX.

VNe grande longueur eſloignée eſtant donnée, trouuer vne partie d'icelle du bout d'vne petite adiacente, qui luy eſt parallele.

En ceſte propoſition la diuerſité des cas, fera que nous n'en baillerons point de regle, encor que cela ſe puiſſe faire, Car en la longueur donnée CD, où on cherchera C L, ou L D, ou quelque autre partie au

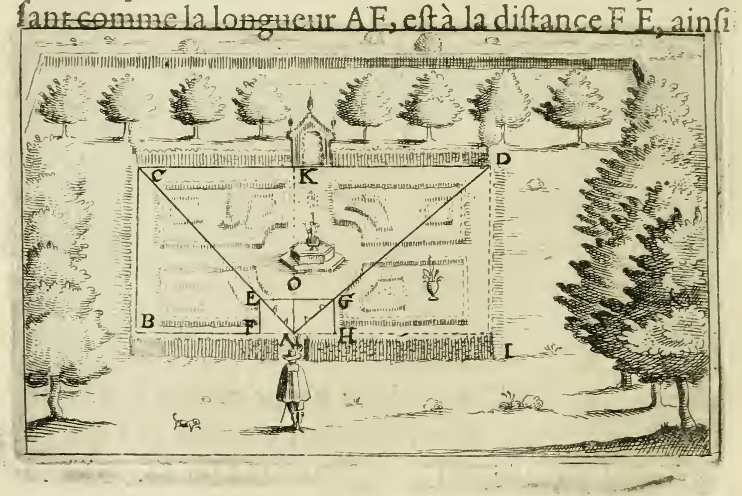


milieu d'icelles. Mais quelque partie que ce ſoit, que l'on cherche, ſoit premierement trouuée A I par la precedente: lors par la 17, on trouuera DI. Et par conſequent IC, & ainſi des autres.

PROPOSITION XX.

VNe petite longueur adiacente estant donnée, trouuer vne plus grande qui luy est parallele, qui d'vn costé s'estend tout aussi loing : & par mesme moyen, leur distance & hypotenuses.

Soit ceste petite longueur adjacente A B, la partie d'vne allée de iardin de 12 pas, & que du point A, il faille trouuer la longueur CD, qui luy est parallele, & qui s'estend tout aussi loing que le point I : pour ce faire, l'instrument estant disposé cõme il faut au point A, soit premierement trouuée la distance B C, en disant comme la longueur A F, està la distance F E, ainsi



la longueur A B, est à la distance B C. Puis par la cognoissance de BC, c'est à dire de AK, soit trouuée KD, en disant, comme la distance G H, est à la longueur G A, ainsi la distance A K, est à la longueur K D, qui

estant adioustée auec K C, qui est egalle à A B, la totale D C sera cogneuë.

Que si on veut vne regle particuliere la voicy.

Regle.

Comme la longueur qui est à droit ou à gauche aux triangles qui se font sur le quarré, est à l'aggregat des longueurs, ainsi la petite longueur donnée, est à la grande qui est cherchée.

C'est à dire en cest exemple, comme O E, est à E G, ainsi A B, est à C D.

Demonstration.

DAutant qu'au triangle D A C, est tirée la ligne droitte A K, & E G parallele au costé D C, par le 2 theoreme, comme E O, est à O G, ainsi C K, est à K D, & en composant comme E O, est à E G, ainsi C K, (c'est à dire A B) est à C D, ce qu'il falloit demonstrer.

Notez que le costé de l'instrument A E, est dit la distance du quarré, pource qu'il est parallele à la distance B C, & E O, la longueur du quarré, pource qu'il est parallele à la longueur C D, comme il a esté dit dans les definitions. Cela estant on sera aduerty, que si les distances du quarré sont couppées, qu'elles doiuent estre reduittes auparauant que de se seruir de la regle.

Corollaire.

DE là il sera aisé à cognoistre de combien la plus grande longueur excede la petite.

Que si on desire cognoistre l'hypotenuse A C, pour la trouuer on dira, comme F A, est à A E, ainsi B A, est à A C. Et pour auoir l'hypotenuse A D, on colligera comme H G, est à G A, ainsi K A, est à A D, ce qui

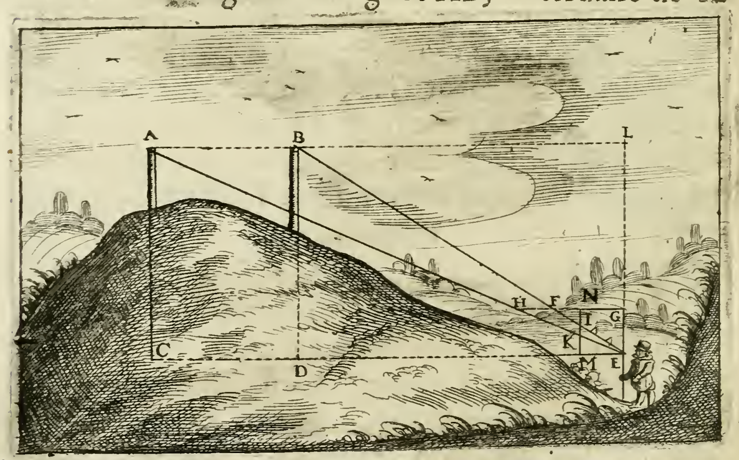
se prouue par le second theoreme.

Scholie. Comme le demy cercle est plus vtile & commode à plusieurs propositions, que le quart de cercle, de mesme le double quarré expedie plus facilement les propositions, où il faut faire deux regards haut & bas, à droit & à gauche, pource que difficilement peut-on conseruer le centre de l'instrument. Or la façon de le faire ne differe du simple, comme il se voit à celuy qui est descrit au dos de l'Astrolabe. Au reste il n'importe pas en quelle position soient les longueurs paralleles, pourueu que d'vne part elles s'estendent aussi loing l'vne que l'autre.

PROPOSITION XXI.

VNe petite longueur esloignée estant donnée, trouuer vne plus grande adiacente qui luy est parallele, qui s'estend tout aussi loing, soit qu'elle se puisse voir entierement ou non: & par mesme moyen leur distance & hypotenuses.

Soit ceste longueur esloignée AB, l'interualle de 12



pas,

pas, entre deux baſtons, mis au niueau ſur la montagne, & que du point E, il faille trouuer la longueur EC, qui s'eſtend tout auſſi loing que le point A: pour ce faire, l'inſtrument eſtant diſpoſé comme il faut au point E, ſoient dreſſez deux rayons viſuels par les pinnules du point E, aux deux extremitez de la longueur A, B: & ſoient conſiderées les parties du coſté couppé aux deux obſeruations: lors par la regle ſuiuante on trouuera la longueur cherchée.

Regle.

Comme la difference des longueurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la plus grande: ainſi la longueur donnée, eſt à la plus grande qui eſt cherchée.

Où ſi les hauteurs ſont couppées comme en la figure, ſans faire aucune reduction, on colligera.

Comme la difference des hauteurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la plus grande: ainſi la longueur donnée, eſt à la plus grande qui eſt cherchée.

Exemple.

SVpposons aux triangles EMI, & EMK, que la plus grande hauteur MI, ſoit de 70 parties, & la moindre MK, de 40, leur difference KI, ſera de 30: parquoy ſelon la 2 regle on colligera en ceſte façon: ſi la difference des hauteurs KI, qui eſt de 30, donne la plus grande IM, de 70, que donnera la petite longueur eſloignée A B, qui contient 12 pas? Le 4 proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 28 pas, pour la

plus grande longueur EC, qu'il falloit trouuer.

Demonstration de l'vne & l'autre regle.

LE parallelogramme E C A L, estant acheué par imagination, si on conçoit le costé G N, estre allongé iusqu'en H, la ligne G H, sera la plus grande longueur aux triangles qui se font sur le quarré, GF la moindre, & F H leur difference: & dautant qu'au triangle EAL, est tirée la ligne droitte EB, & GH, parallele au costé L A, par la situation de l'instrument, par le 2 theoreme comme HF, est à FG, ainsi AB, est à BL, & en composant comme FH, est à H G, ainsi BA, est à AL, c'est à dire à C E, ce qu'il falloit demonstrer.

Et pour la 2 regle dautant que par le 3 theoreme FH, est à HG, comme K I, à I M, & que par la demonstration precedente, F H, est à H G, comme B A, est à CE, il sera vray aussi que comme K I, est à I M, ainsi B A, est à CE, ce qu'il falloit demonstrer.

Si en vne obseruation la longueur est couppée, & en l'autre la hauteur, que l'vne des deux soit reduitte, comme il a esté monstré.

Corollaire.

DE là il sera aisé à cognoistre, de combien la plus grande longueur, excede la petite. Si on veut sçauoir la hauteur ou distance A C, la regle suiuante enseignera la façon de la trouuer.

Regle pour trouuer la hauteur ou distance AC.

COmme la difference des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la hauteur du costé: ainsi la longueur donnée, est à la hauteur cherchée.

C'eſt à dire comme H F, eſt à G E, ainſi B A, eſt à A C.

Demonſtration.

SAns rien changer au diagramme, par le 2 theoreme HF, ſera à GE, comme AB, à LE, c'eſt à dire à AC, ce qu'il falloit demonſtrer.

Que ſi on deſire cognoiſtre l'hypotenuſe EA, pour la trouuer on dira, comme FH, eſt à HE, ainſi BA, eſt à AE, & pour auoir l'hypotenuſe EB, on colligera, comme HF, eſt à FE, ainſi AB, eſt à BE, ce qui ſe prouue par le ſecond theoreme.

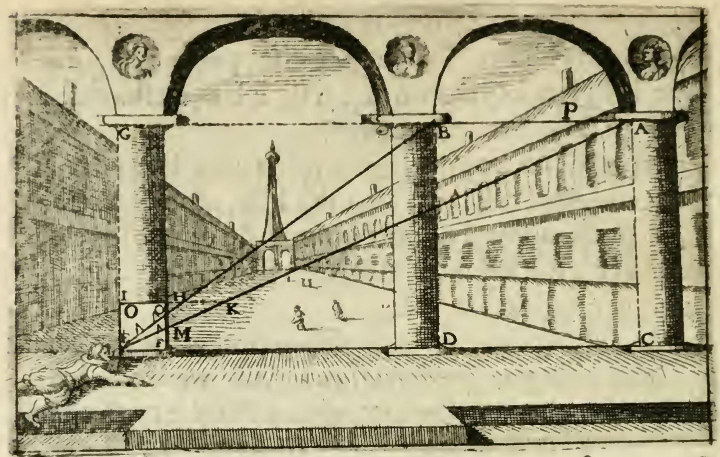
Scholie. On dira que ceſte propoſition arriue rarement, ie le veux: mais auſsi peut-il eſcheoir, qu'il faille meſurer la hauteur d'vne montagne, comme AC, & la diſtance EC, & que le lieu ſoit tellement incommode, que l'on ne puiſſe faire aucune ſtation, que au point E, ce qu'eſtant il faudra ſe ſeruir de la methode cy deſſus. Au reſte il n'importe pas, que les longueurs ſoient l'vne ſur l'autre, ou au niueau, pourueu qu'elles ſoient paralleles, & d'vn coſté de ſemblable eſtenduë.

PROPOSITION XXII.

VNe petite longueur eſloignée eſtant donnée, trouuer vne partie d'icelle, du bout d'vne plus grande adjacente, qui luy eſt parallele.

En ceſte propoſition la diuerſité des cas, fera que nous ne baillerons point de regle, encor que cela ſe puiſſe faire: Car en la petite longueur donnée AB, ou on cherchera AP, ou PA, ou quelque autre au milieu d'icelle.

Mais quelque partie que ce soit que l'on cherche, soit premierement trouuée E C, par la precedente,



lors par la 17, on trouuera AP, & par consequent, PB, & ainsi des autres.

STATION SIMPLE QVAND vne hauteur est donnée, & opposée à vne autre parallele.

PROPOSITION XXIII.

VNe grande hauteur adjacente estant donnée, trouuer vne plus petite, qui luy est parallele, sur mesme plan, & par mesme moyen l'hypotenuse, qui s'estend d'vn bout à l'autre.

Soit ceste grande hauteur adiacente AB, vne tour de 60 toises, & que du point A, il faille trouuer la plus petite D C, qui est sur mesme plan, c'est à dire qui

deſcend tout auſſi bas que le point B : pour ce faire, l'inſtrument eſtant diſpoſé comme il faut au point A, ſoit premierement trouué la longueur B C par la 5, puis par la cognoiſſance de B C, c'eſt à dire E D, ſoit trouuée la hauteur E A, par la 3, laquelle eſtant oſtée de AB, reſtera E B, ou DC, qu'il falloit trouuer.

Que ſi on veut vne regle particuliere la voicy.

Regle.

COmme la plus grande des hauteurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la difference : ainſi la plus grande hauteur donnée, eſt à la petite qui eſt cherchée.

Où ſi les longueurs ſont couppées.

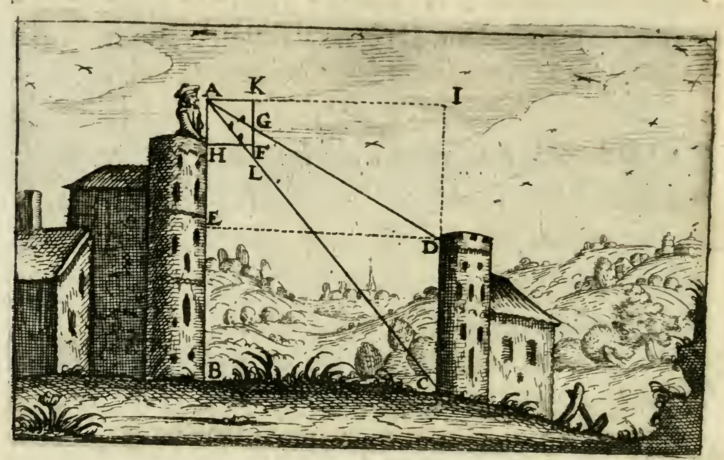
COmme la plus grande des longueurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la difference : ainſi la plus grande hauteur donnée, eſt à la petite qui eſt cherchée.

Demonſtration de l'vne & l'autre regle.

LE parallelogramme ABCI, eſtant acheué par imagination, ſi on conçoit le coſté KF, eſtre allongé iuſques en L, la ligne KL, ſera la plus grande des hauteurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, K G, la moindre, & G L, leur difference. Et dautant qu'au triangle AIC, eſt tirée la ligne droitte AD, & KL, parallele au coſté IC, par l'hypotheſe: par le ſecond theoreme comme KG, eſt à K L, ainſi ID, eſt à DC, & en compoſant comme KL, eſt à LG, ainſi IC, c'eſt à dire AB, eſt à CD, ce qu'il falloit demonſtrer.

Et pour la 2 regle, dautant que les longueurs ſont en

mesme raison que les hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré : & que par la demonstration precedente, la plus grande des hauteurs est à la difference, comme la plus grande hauteur donnée, est à la petite cherchée.



Il sera vray aussi, que comme la plus grande des longueurs, est à la difference, ainsi la plus grande hauteur donnée, est à la plus petite qui est cherchée, ce qu'il falloit demonstrer.

Si en vne obseruation la longueur est couppée, & en l'autre la hauteur, que l'vne des deux soit reduitte, comme il a esté monstré.

Corollaire.

DE là il sera aisé à cognoistre, de combien la plus grande hauteur excede la petite.

Mais si on desire sçauoir la grandeur de l'hypotenuse AD, (car AC est cogneuë par la 6) elle se trouuera par ceste regle.

Regle pour trouuer l'hypotenuse AD.

COmme la plus grande des hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la petite hypotenuse de l'angle superieur : ainsi la hauteur donnée, est à l'hypotenuse qui est cherchée.

C'est à dire comme LK, est à GA, ainsi AB, est à DA.

Demonstration.

SAns rien changer au diagramme, par le 2 theoreme LK, sera à AG, comme CI, c'est à dire AB, est à AD, ce qu'il falloit demonstrer.

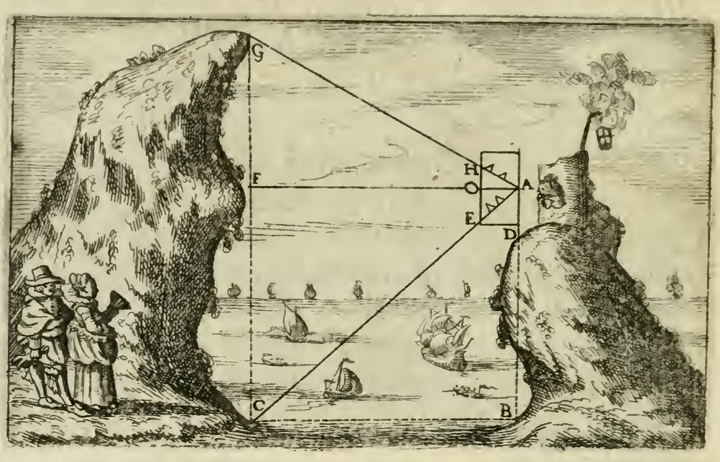
Scholie. Non sans cause nous auons adiousté à la proposition sur mesme plan *: pource que si la hauteur AB, n'y estoit auec la petite hauteur DC, on ne pourroit pas trouuer ce que l'on cherche.*

PROPOSITION XXIV.

VNe grande hauteur esloignée estant donnée, trouuer vne plus petite adiacente qui luy est parallele sur mesme plan, soit qu'elle se puisse voir entierement, ou non : & par mesme moyen leur distance & hypotenuses.

Soit ceste plus grande hauteur esloignée GC, vn precipice de 60 toises, & que du point A, il faille trouuer la hauteur du rocher AB, qui est sur mesme plan, c'est à dire qui descend tout aussi bas que le point C : pour ce faire, l'instrument estant disposé comme il faut au point A, soit dressé premierement vn rayon visuel par les pinnules du point A au pied de la hauteur C,

& ſoient conſiderées les parties du coſté couppé : en apres retournant l'inſtrument vers le haut, ſans toutefois changer le centre A, ſoit dreſſé vn autre rayon viſuel par les pinnules du meſme point A, au feſte de la



hauteur G, & ſoient derechef conſiderées les parties du coſté couppé : lors par la regle ſuiuante on trouuera la petite hauteur qui eſt cherchée.

Regle.

COmme l'aggregat des hauteurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la hauteur inferieure, ainſi la plus grande hauteur donnée, eſt à la petite qui eſt cherchée.

Exemple.

SVpposons aux triangles AOE, que la hauteur OE, ſoit de 100 parties, en la premiere obſeruation qui ſe fait en bas, & en la ſeconde, que la hauteur OH, ſoit de 60, leur aggregat EH, ſera de 160 : parquoy ſelon la regle

regle on colligera en ceste façon : si l'aggregat des hauteurs HE, qui est de 160, dõne la hauteur inferieure OE, de 100, que donnera la grande hauteur esloignée GC, qui contient 60 toises? Le 4 proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 37, toises, pour la petite hauteur AB, qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

DAutant qu'au triangle A G C, est tirée la ligne droitte A F, & H E, parallele au costé G C, par l'hypothese, par le 2 theoreme comme HO, est à OE, ainsi G F, est à FC, & en composant, comme HE, est à EO, ainsi GC, est à CF, c'est à dire BA, ce qu'il falloit demonstrer.

S'il arriue que les longueurs du quarré soient couppées, qu'elles soient reduittes comme il a esté monstré.

Corollaire.

DE là il sera aisé à cognoistre de combien la plus grande hauteur excede la petite.

Mais si on desire sçauoir la longueur, ou distance BC, la regle suiuante enseignera la façon de la trouuer.

Regle pour trouuer la longueur ou distance.

COmme l'aggregat des hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la longueur du costé : ainsi la hauteur donnée, est à la longueur ou distance qui est cherchée.

C'est à dire comme HE, est à OA, ainsi GC, est à CB.

Demonstration.

SAns rien changer au diagramme, par le 2 theoreme HE, sera à AO, comme GC, est à AF, ou BC,

ce qu'il falloit demonſtrer.

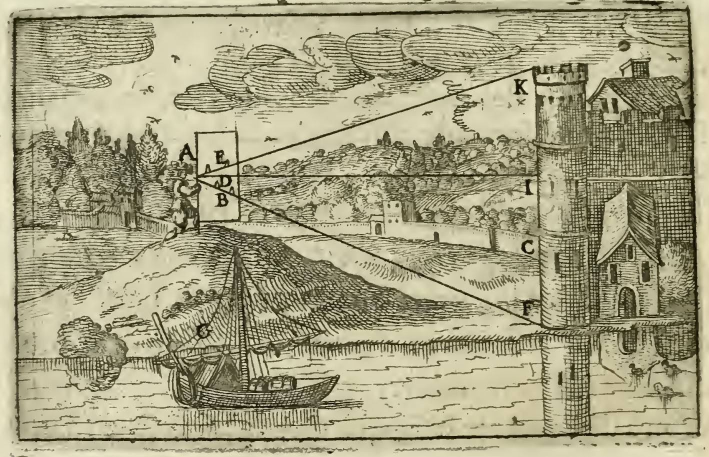
Et ſi on deſire cognoiſtre l'hypotenuſe GA, on dira comme EH, eſt à HA, ainſi CG, eſt à GA, & pour auoir l'hypotenuſe AC, on colligera comme HE, eſt à EA, ainſi GC, eſt à CA, ce qui ſe prouue par le 2 theoreme.

Scholie. Comme à la precedente, il ne faut pas eſperer pouuoir trouuer la hauteur AB, ſi elle n'eſt ſur meſme plan, parallele à l'horiſon auec la hauteur GC.

PROPOSITION XXV.

VNe grande hauteur eſloignée eſtant donnée, trouuer vne partie d'icelle, du haut d'vne plus petite adjacente, qui luy eſt parallele.

En ceſte propoſition, la diuerſité des cas, fera que nous n'en baillerons point de regle, encor que cela ſe



puiſſe faire : Car en la grande hauteur donnée KF, ou on cherchera FC, ou FI, ou quelque autre partie au milieu d'icelle : Mais quelque partie que ce ſoit que,

l'on cherche, ſoit premierement troué AG, par la precedente, lors par la 23, on trouuera FC, & par conſequent CK, & ainſi des autres.

PROPOSITION XXVI.

VNe petite hauteur adjacente eſtant donnée trouuer vne plus grande, qui luy eſt parallele ſur meſme plan, & par meſme moyen l'hypotenuſe qui s'eſtend d'vn bout à l'autre.

Soit ceſte petite hauteur adjacente AB, vne tour de 60 pieds, & que du point A, il faille trouuer la plus grande CD, qui eſt ſur meſme plan, c'eſt à dire qui deſcend tout auſſi bas que le point B, pour ce faire l'inſtrument eſtant diſpoſé, comme il faut au point A ſoit premierement trouuée la longueur BC, par la 5, par la cognoiſſance de la hauteur AB, & ayant troué BC, c'eſt à dire AE, ſoit trouuée ED, par la premiere, qui adiouſtée auec AB, ou CE, donnera toute la hauteur cherchée.

Que ſi on en veut vne regle particuliere la voicy.

Regle.

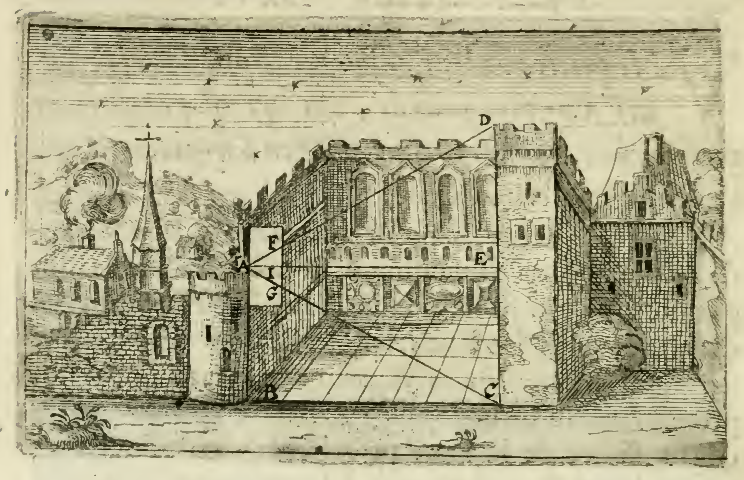
COmme la hauteur inferieure, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à l'aggregat des hauteurs : ainſi la plus petite hauteur donnée, eſt à la plus grande qui eſt cherchée.

C'eſt à dire comme IG, eſt à GF, ainſi AB eſt à CD.

Demonſtration.

DAutant qu'au triangle DAC, eſt tirée la ligne droitte AE, & GF, parallele au coſté CD, par

l'hypothese : par le 2 theoreme , comme G I, est à IF, ainsi CE, est à ED, & en composant, comme IG, est à G F, ainsi E C, ou A B est à C D, ce qu'il falloit demonstrer.



S'il arriue que les longueurs du quarré soient couppées, qu'elles soient reduittes comme il a esté monstré.

Corollaire.

DE là il sera aisé à cognoistre, de combien la plus grande hauteur excede la petite.

Mais si on desire sçauoir la grandeur de l'hypotenuse AD, (car AC se cognoist par la 6.) La regle suiuante enseignera la façon de la trouuer.

Regle pour trouuer l'hypotenuse A D.

COmme la hauteur inferieure, aux triangles qui se font sur le quarré, est à l'hypotenuse superieure, ainsi la hauteur donnée , est à l'hypote-

nuſe qui eſt cherchée.

C'eſt à dire comme G F eſt à AF, ainſi BA, eſt à AD.

Demonſtration.

SAns rien changer au diagramme, par le ſecond theoreme IG, ſera à AF, comme EC, ou BA, eſt à AD, ce qu'il falloit demonſtrer.

Proposition XXVII.

VNe petite hauteur eſloignée eſtant donnée, trouuer vne plus grande adiacente qui luy eſt parallele ſur meſme plan, ſoit qu'elle ſe puiſſe voir entierement, ou non : & par meſme moyen leur diſtance & hypotenuſes.

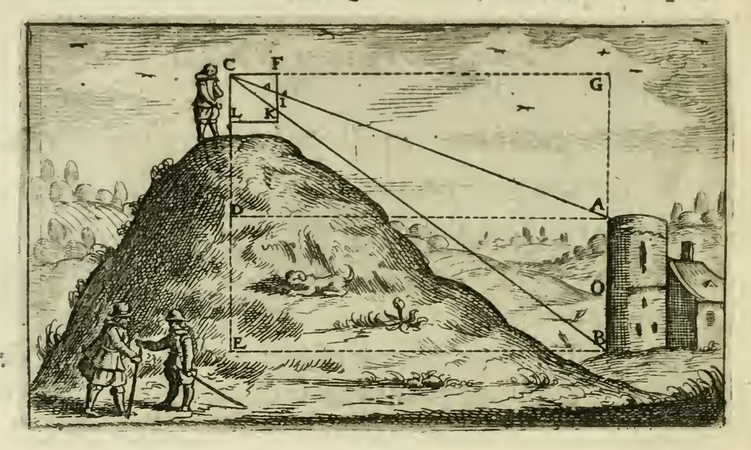
Soit ceſte petite hauteur eſloignée A B, vne tour de 12 toiſes, & que du point C, il faille trouuer la hauteur de la montagne CE, qui eſt ſur meſme plan, c'eſt à dire qui deſcend tout auſſi bas que le point B : pour ce faire, l'inſtrument eſtant diſpoſé comme il faut au point C, ſoient dreſſez deux rayons viſuels par les pinnules du point C, aux deux extremitez de la hauteur A B, & ſoient conſiderées les parties du coſté couppé aux deux obſeruations : lors par la regle ſuiuante on trouuera la hauteur cherchée.

Regle.

COmme la difference des hauteurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la plus grande, ainſi la petite hauteur donnée, eſt à la plus grande qui eſt cherchée.

Exemple.

SVpposons aux triangles C F K, & CFI, que la plus grande des hauteurs F K, ſoit de 90 parties, & la moindre FI, de 50, leur difference KI, ſera de 40. Parquoy ſelon la regle on colligera en ceſte façon, ſi la difference des hauteurs KI, qui eſt de 40, donne la plus



grande K F, de 90, que donnera la petite hauteur eſloignée B A, qui contient 12 toiſes? Le quatrieſme proportionel, qui arriue par la regle de trois, donnera 27 toiſes, pour la plus grande hauteur C E, qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

SOit acheué par imagination le parallelogramme CEBG, lors dautant qu'au triangle GCB, eſt tirée la ligne droitte CA, & KF, parallele au coſté B G, par l'hypotheſe: par le 2 theoreme comme KI, eſt IF, ainſi B A, eſt à A G, & en compoſant comme I K, eſt à K F, ainſi AB, eſt à BG, c'eſt à dire CE, ce qu'il falloit demonſtrer.

Mais ſi les longueurs du quarré ſont couppées en l'vne & l'autre obſeruation, ſans faire aucune reduction, on trouuera la meſme hauteur cherchée par ceſte regle.

Regle.

COmme la difference des longueurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la plus grande, ainſi la petite hauteur donnée, eſt à la plus grande qui eſt cherchée.

Demonſtration.

DAutant que par le 3 theoreme, les longueurs ſont en meſme raiſon que les hauteurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, & que par la demonſtration precedente, la difference des hauteurs eſt à la grande, comme la petite hauteur donnée, eſt à la grande qui eſt cherchée. Il ſera vray auſſi, que comme la difference des longueurs eſt à la plus grande, ainſi la petite hauteur donnée, eſt à la grande qui eſt cherchée, ce qu'il falloit demonſtrer.

Si en vne obſeruation la longueur eſt couppée, & en l'autre la hauteur, que l'vne des deux ſoit reduite comme il a eſté monſtré.

Corollaire.

DE là il ſera aiſé à cognoiſtre de combien la plus grande hauteur excede la petite.

Mais ſi on deſire ſçauoir la longueur ou diſtance E B, la regle ſuiuante enſeignera la façon de la trouuer.

Regle pour trouuer la longueur ou diſtance.

COmme la difference des hauteurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la longueur du coſté: ainſi la petite hauteur donnée, eſt à la longueur ou diſtance qui eſt cherchée.

C'eſt à dire comme KI, eſt à FC, ainſi AB, eſt à B E.

Demonſtration.

SAns rien changer au diagramme, par le 2 theoreme K I, ſera à F C, comme B A, à G C, c'eſt à dire EB, ce qu'il falloit demonſtrer.

Et ſi on deſire cognoiſtre l'hypotenuſe C A, on dira, comme KI, eſt à IC, ainſi BA, eſt à AC. & pour auoir l'hypotenuſe C B, on colligera, comme I K, eſt à K C, ainſi AB, eſt à BC, ce qui ſe prouue par le ſecond theoreme.

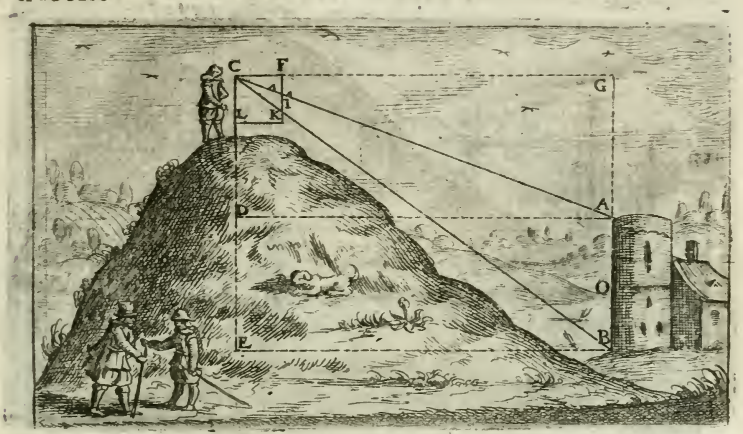
Scholie. S'il n'y auoit ny plaine, ny hauteur perpendiculaire au point B, on y pourroit faire dreſſer vne picque perpendiculairement, pour du haut de la montagne puis apres pouuoir trouuer la hauteur CE, ou diſtance E B, ce qui ſe peut pratiquer bien plus aiſement, que de faire deux ſtations, ſur la hauteur d'vne picque, comme quelques-vns ont enſeigné, pour eſtre ceſte interualle ordinairement inſenſible, auec la ligne que l'on cherche.

PROPOSITION XXVIII.

VNe petite hauteur eſloignee eſtant donnee, trouuer vne partie d'icelle, du haut d'vne plus grande adjacente, qui luy eſt parallele.

En ceſte propoſition, la diuerſité des cas fera que nous

nous ne baillerons point de regle, encor que cela ſe puiſſe faire, car en la petite hauteur donnée AB, ou on cherchera AO, ou OB, ou quelque autre au milieu d'icelle.



Mais quelque partie que ce ſoit que l'on cherche, ſoit premierement trouué CE, par la precedente, lors par la 23, on trouuera BO, & par conſequent OA, & ainſi des autres.

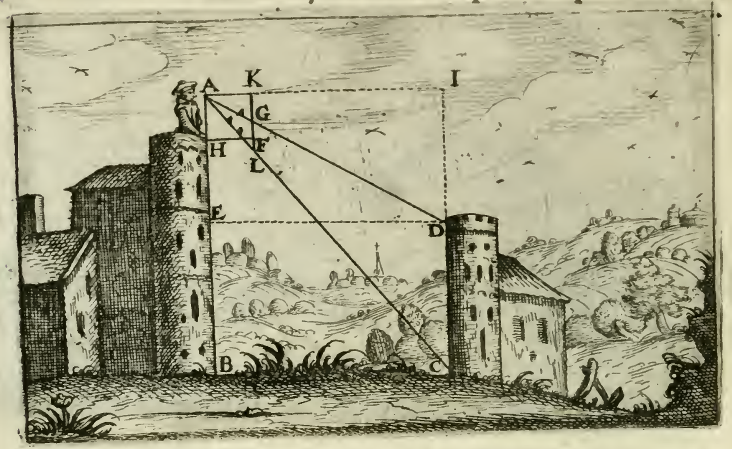
STATION SIMPLE QVAND une diſtance eſt donnée entre deux paralleles.

PROPOSITION XXIX.

VNe longueur ou diſtance eſtant donnée entre deux hauteurs, trouuer du haut de la plus grande, la plus petite: & par meſme moyen les hypotenuſes.

Soit ceſte longueur ou diſtance BC, de 60 pas, entre

les deux hauteurs DC, & AB, & que du point A, il fail le trouuer la hauteur de la tour C D : pour ce faire l'inſtrument eſtant diſposé comme il faut au point A, ſoient dreſſez deux rayons viſuels par les pinnules du



point A, aux deux extremitez de la hauteur D, C, & ſoient conſiderées les parties du coſté couppé aux deux obſeruations : lors par la regle ſuiuante on trouuera la hauteur cherchée.

Regle.

Comme la longueur du coſté eſt à la difference des hauteurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré : ainſi la longueur donnée, eſt à la petite hauteur qui eſt cherchée.

Exemple.

DAutant qu'en l'obſeruation qui ſe fait au point D, ſont couppées 60 parties de la hauteur, & en celle qui ſe fait au point C, ſont couppées 80 parties de la longueur, & que par la regle il faut colliger

par la difference des hauteurs : il faudra reduire la longueur 80 en hauteur, & ſuppoſons qu'ayant eſté reduittes, elle ſoit de 125, la difference donc ſera de 65 : parquoy ſelon la regle, on colligera en ceſte façon : ſi la longueur du coſté qui eſt de 100 parties, donne la difference des hauteurs de 65, que donnera la longueur ou diſtance eſloignée BC, qui contient 60 pas? Le quatrieſme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 39 pas, pour la hauteur CD, qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

Le parallelogramme ABCI eſtant acheué par imagination, ſi on conçoit le coſté KF eſtre allongé iuſqu'en L la ligne KL, ſera la plus grande des hauteurs aux triangles qui ſe font ſur le quarré, KG la moindre, & GL leur difference, & dautant qu'au triangle AIC, eſt tirée la ligne droitte AD, & KL, parallele au coſté IC, par l'hypotheſe, par le 2 theoreme, comme AK, eſt à GL, ainſi AI, c'eſt à dire BC, eſt à CD, ce qu'il falloit demonſtrer.

Si on deſire ſçauoir la grandeur de l'hypotenuſe AD, (car l'hypotenuſe AC ſe cognoiſt par la 3 propoſition) la regle ſuiuante enſeignera la façon de la trouuer.

Regle pour trouuer l'hypotenuſe AD.

Comme la longueur du coſté, eſt à la plus petite hypotenuſe de l'angle ſuperieur, aux triangles qui ſe font ſur le quarré : ainſi la longueur donnée, eſt à l'hypotenuſe qui eſt cherchée.

C'eſt à dire comme KA, eſt à AG, ainſi BC, eſt à DA.

Demonstration.

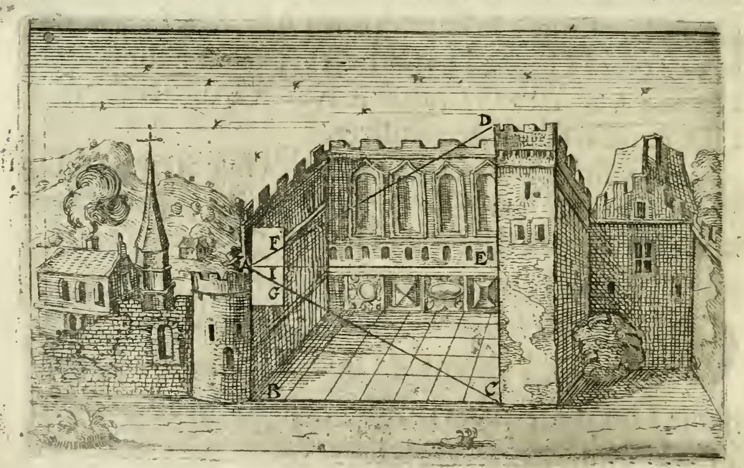
SAns rien changer au diagramme, par le 2 theoreme KA, sera à A G, comme I A, c'est à dire B C, à AD, ce qu'il falloit demonstrer.

Scholie. On blasmera possible ceste diligence trop curieuse de n'auoir voulu laisser rien en arriere, & d'auoir voulu satisfaire à tous les cas. Mais ie ne m'en soucie, pourueu que mon labeur reußisse à l'vtilité publique.

PROPOSITION XXX.

VNe longueur ou distance estant donnée entre deux hauteurs, trouuer du haut de la plus petite, la plus grande. Et par mesme moyen les hypotenuses.

Soit ceste longueur ou distance esloignée BC, de 60



pas, entre les deux hauteurs A B, & C D, & que du point A, il faille trouuer la hauteur CD: pour ce faire,

l'instrument estant disposé comme il faut au point A, soit premierement trouué la hauteur E D, par la premiere, par le moyen de la longueur A E, qui est egalle à BC, puis par la 3, soit trouuée la hauteur B A, qui est egalle à EC, par la cognoissance de la longueur esloignée CB, lesquelles estant adioustées, donneront toute la hauteur DC, qu'il falloit trouuer.

Que si on en veut vne regle particuliere, la voicy.

Regle.

COmme la longueur du costé, est à l'aggregat des hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré, ainsi la longueur ou distance donnee, est à la plus grande hauteur cherchee.

C'est à dire comme AI, est à GF, ainsi BC, est à CD.

Demonstration.

DAutant qu'au triangle D A C, est tirée la ligne droitte A E, & G F, parallele au costé D C; par le 2 theoreme, I A, sera à F G, comme E A, c'est à dire CB, est à DC, ce qu'il falloit demonstrer.

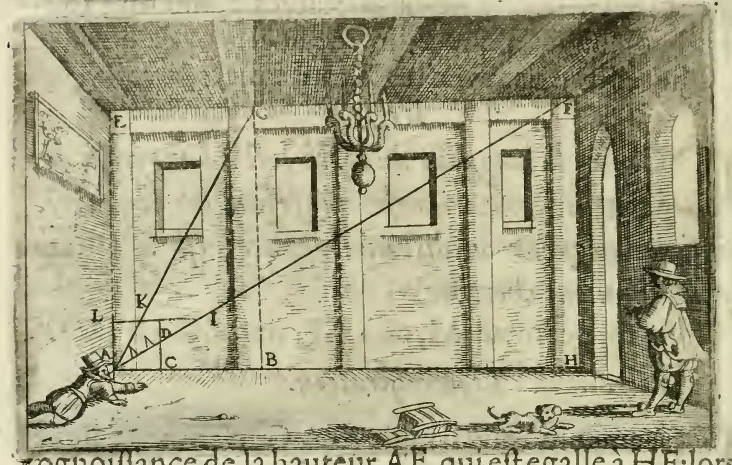
Si on desire sçauoir la grandeur de l'hypotenuse AD, elle se trouuera par la 2 proposition, & A C, par la 3.

PROPOSITION XXXI.

VNe hauteur ou distance estant donnee entre deux longueurs, trouuer du bout de la plus grande, l'vne & l'autre: & par mesme moyen les hypotenuses.

Soit ceste hauteur ou distance H F, vne salle ou gallerie de 12 pieds de haut, entre les deux paralleles E F, & C H, & que du point A, il faille trouuer pre-

mierement la longueur G F, qui est l'interualle de 3 poutres: pour ce faire, l'instrument estant disposé comme il faut au point A, soit premierement trouuée la longueur HA, par la 7, par le moyen de la hauteur FH, puis par la 5, soit trouuée la longueur E G, par la



cognoissance de la hauteur AE, qui est egalle à HF: lors ostant E G, de A H, ou F E, restera F G, qu'il falloit trouuer.

Que si on en veut vne regle particuliere, la voicy.

Regle.

Comme la hauteur du costé, est à la difference des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré: ainsi la hauteur donnee, est à la petite longueur qui est cherchee.

C'est à dire comme AL, est à KI, ainsi HF, est à FG.

Demonstration.

Le parallelogramme A E F H, estant acheué par imagination, si on conçoit le costé LK, alongé ius-

qu'en I, la ligne LI, sera la plus grande des longueurs aux triangles qui se font sur le quarré, LK, la moindre, & KI, leur difference, & d'autant qu'au triangle EAF, est tirée la ligne droitte AG, & LI, parallele au costé EF, par la situation de l'instrument: par le 2 theoreme AL, sera à KI, comme AC, c'est à dire HF, à GF, ce qu'il falloit demonstrer.

Que si on veut cognoistre la longueur AH, elle se cognoistra par la 7, en disant comme DC, est à CA, ainsi FH, est à HA. Et n'importe que la distance soit perpendiculaire, ou parallele à l'horison, ou l'vne au dessus de l'autre.

Si on desire sçauoir la grandeur de l'hypotenuse AF, elle se trouuera par la 7 proposition, & AG, par la 6.

Proposition XXXII.

Vne longueur ou distance estant donnée entre deux paralleles, trouuer du bout de la plus petite, la plus grande, & par mesme moyen les hypotenuses.

Soit ceste longueur ou distance BC, vne pallissade de 60 pas, entre les deux paralleles DC, & I B, & que du point A, il faille trouuer la longueur du Iardin CD, pour ce faire l'instrument estant disposé, comme il faut au point A, soit premierement trouuée la longueur DK, en disant comme G H, est à HA, ainsi DI, ou CB, est à I A, c'est à dire DK, puis soit trouuée K C, en disant, comme EF, est à FA, ainsi CB, est à BA, c'est à dire CK, qui estant adiousté auec K D, donneront DC, qu'il falloit trouuer.

Que si on en veut vne regle particuliere, la voicy.

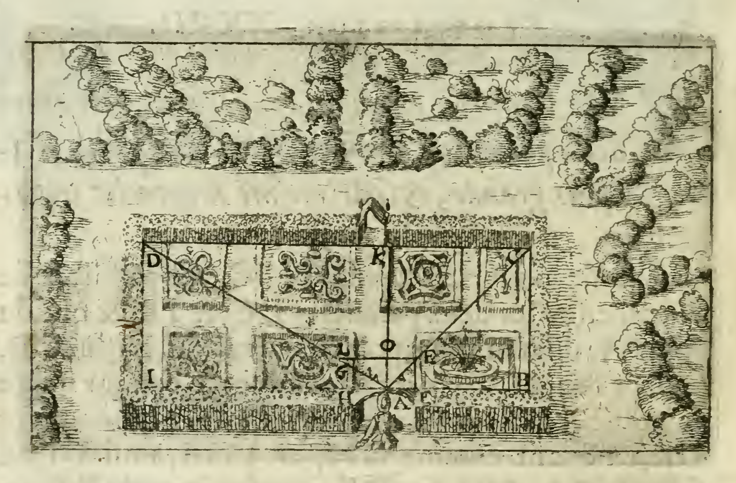
Regle.

Comme le costé du quarré, est à l'aggregat des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré: ainsi la distance donnee, est à la longueur cherchee.

C'est à dire comme A O, est à E O G, ainsi B C, est à C K D.

Demonstration.

Le parallelogramme D I B C, estant acheué par imagination, si on conçoit E O, alongé iusques en L, la ligne E L, sera l'aggregat des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré, A O E, &



A O L. Et dautant qu'au triangle D A C, est tirée la ligne droitte A K, & E L, parallele au costé C D, par le 2 theoreme A O, sera à E L, comme A K, c'est à dire B C, est à C D, ce qu'il falloit demonstrer.

Si

Si on desire sçauoir la grandeur de l'hypotenuse AC, elle se trouuera en disant, comme OA, est à AE, ainsi K A, ou B C, est à C A, & pour trouuer AD, on dira, comme G H, est à A G, ainsi DI, ou B C, est à DA, que l'on cherche.

Scholie. On colligera de mesme façon, si les paralleles sont l'vne au dessus de l'autre, car pour cela l'operation ny la regle ne varient aucunement.

STATION SIMPLE QVAND vne hypotenuse est donnee entre deux paralleles.

PROPOSITION XXXIII.

VNe hypotenuse estant donnée entre deux paralleles, trouuer leurs grandeurs, & leur distance de l'extremité de la plus grande.

Soit ceste hypotenuse C B, de 100 toises, entre deux hauteurs paralleles C E, & A B, & que du point C, il faille trouuer la hauteur B A: pour ce faire, l'instrument estant disposé comme il faut au point C, soient dressez deux rayons visuels par les pinnules du point C, aux deux extremitez de la hauteur parallele BA, & soient cõsiderées les parties du costé couppé aux deux obseruations: lors par la regle suiuante on trouuera la grandeur de la parallele cherchée.

Regle.

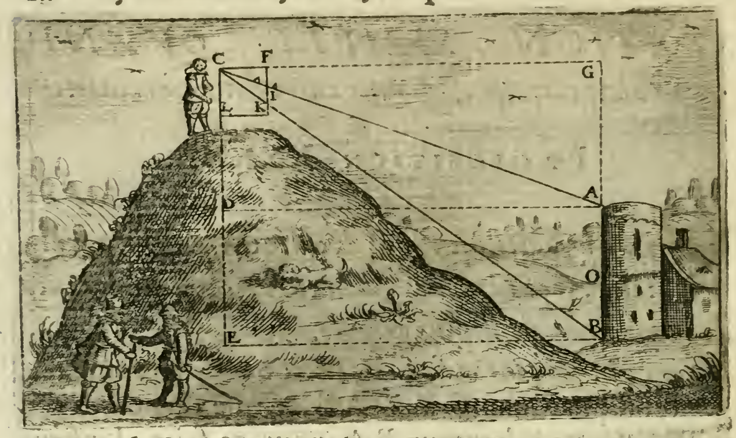
COmme la plus grande hypotenuse de l'angle superieur, est à la difference des hauteurs, au triangle qui se fait sur le quarré: ainsi l'hypotenuse donnee,

est à la grandeur de la parallele cherchee.

C'est à dire comme CK, est à KI, ainsi CB, est à BA.

Demonstration.

SOit acheué le parallelogramme CEBG, par imagination : lors dautant qu'au triangle GCB, est tirée la ligne droitte CA, & KF, parallele au costé BG, par la disposition de l'instrument; par le 2 theoreme CK, sera à KI, comme CB, à BA, ce qu'il falloit demonstrer.



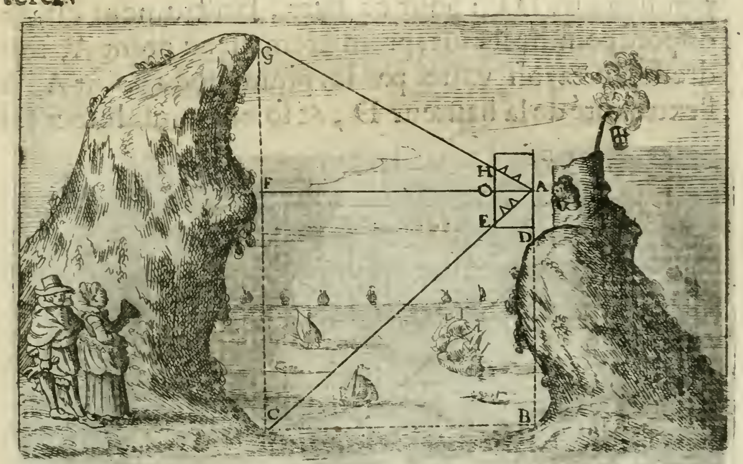
Si on desire trouuer la hauteur CE, comme aussi la distance EB, elles se trouueront par la 12 proposition.

Scholie. Il n'importe pas que les paralleles soient hauteurs ou longueurs, ou l'vne au dessous de l'autre, pourueu que celle qui est esloignée, puisse estre veuë entierement.

PROPOSITION XXXIV.

VNe hypotenuse estant donnee entre deux paralleles, trouuer leurs grandeurs & leur distance de l'extremité de la plus petite.

Ceste proposition a esté expliquée aux precedentes, ie me contenteray d'en faire le renuoy. Premierement l'hypotenuse AC estant donnée, on trouuera A B, & BC, par la douziesme de ce Liure, & par la dixiesme, la parallele C G, partant il n'est pas besoin de les reïterer.



Scholie. L'exemple que nous auons baillé est de ceux qui peuuent le plus souuent arriuer. Que si les deux paralleles estoient au niueau, ou l'vne au dessus de l'autre, pour cela la methode ne seroit differente en aucune façon.

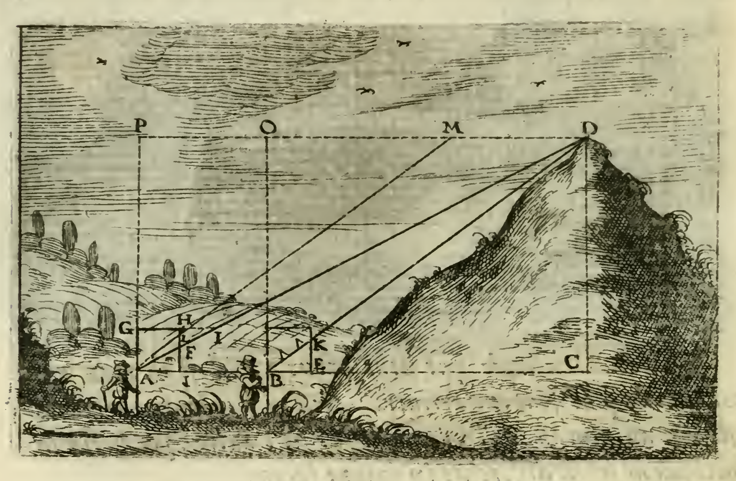
STATION DOVBLE QVAND *la partie d'vne longueur est donnée.*

PROPOSITION XXXV.

LA partie d'vne longueur adjacente estant donnée trouuer le reste d'icelle, qui s'estend iusqu'à vne li-

gne perpendiculaire, qui eſt à ſon extremité : ſoit que l'on la puiſſe voir entierement, ou non.

Soit ceſte partie de longueur adjacente AB, de 12 toiſes, & que des points A, & B, il faille trouuer le reſte de la longueur B C, qui s'eſtend iuſqu'à la hauteur perpendiculaire D C : pour ce faire, l'inſtrument eſtant diſpoſé comme il faut, premierement au point A, ſoit dreſſé vn rayon viſuel par les pinnules du point A, à l'extremité de la hauteur D, & ſoient conſiderées les



parties du coſté couppé, ſemblablement vn autre du point B à la meſme extremité D, & ſoient derechef conſiderées les parties du coſté couppé : lors par la regle ſuiuante on trouuera le reſte de la longueur cherchée.

Regle.

COmme la difference des longueurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la plus petite: ainſi

la partie de la longueur donnée, eſt au reſte de la longueur cherchée.

Où ſi les hauteurs ſont couppées, comme en la figure, ſans faire reduction on colligera.

COmme la difference des hauteurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la plus petite : ainſi la partie de longueur donnée, eſt au reſte de la longueur cherchée.

Exemple.

SVpposons en la ſtation A, que la hauteur N F, ſoit de 60 parties, au triangle ANF : & en la ſtation B, que la hauteur EK, ſoit de 80, au triangle AEK, la difference ſera de 20 ; parquoy ſelon la 2 regle on colligera en ceſte façon : ſi la difference des hauteurs qui eſt de 20, donne la plus petite de 60, que donnera la partie de la longueur adjacente A B, qui contient 12 toiſes ? Le quatrieſme proportionel, qui arriue par la regle de trois, donnera 36 toiſes, pour le reſte de la longueur BC, qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

LE parallelogramme A C D P eſtant acheué par imagination, ſi on conçoit AM, parallele à BD, & le coſté G H, allongé iuſqu'en I, la ligne G I, ſera la longueur au triangle AGI, de la ſtation A, & GH, celle qui ſeroit couppée en la ſtation B, ou pour le moins ſon egalle par la 26 du 1 & H I, leur difference. Cela fait : dautant qu'au triangle A D P, eſt tirée la ligne droitte AM, & GI, parallele au coſté PD, par la ſituation de l'inſtrument, par le 2 theoreme, IH, ſera à HG, comme D M, à M P, c'eſt à dire comme A B, à B C,

ce qu'il falloit demonstrer.

Et pour la 2 regle, dautant que par le 3 theoreme L F, est à F N. Comme I H, est à H G, & que par la demonstration precedente I H, est à H G, comme AB, est à BC, il sera vray aussi que comme L F, est à F N, ainsi AB est à BC, ce qu'il falloit demonstrer.

Notez pource que rarement il arriue, que la surface de la terre soit parallele à l'horizon, & que quand cela seroit, que l'œil toutesfois n'est pas mis ioignant la terre, comme il apparoist à la figure, quand on fera deux stations il ne faut pas que le quarré soit esleué en l'vne plus qu'en l'autre. Et pour ce faire, on doit obseruer le long du costé de l'instrument par en bas, vn certain point où touche le rayon visuel, en la premiere station, afin que le mesme point puisse estre veu de la seconde aussi, ce qu'estant le quarré sera sur mesme plan, parallele à l'horison. Et ne si commettra aucun erreur.

Scholie. Il n'importe pas que ceste ligne perpendiculaire qui est à l'extremité de la longueur, soit à plomb sur l'horison ou à plat; car la proposition est tousiours vraye, en quelle situation qu'elle soit. L'exemple toutefois que nous auons mis est celuy qui arriue plus ordinairement.

PROPOSITION XXXVI.

LA partie d'vne longueur adjacente estant donnée, trouuer vne ligne perpendiculaire qui est à son extremité, soit qu'elle se puisse voir entierement, ou non: & par mesme moyen les hypotenuses.

Soit ceste partie de longueur adjacente AB, de 12

toiſes, & que des points A & B, il faille trouuer la hauteu r de la montagne C D, qui eſt à l'extremité de la longueur A C; pour ce faire, l'inſtrument eſtant diſpoſé comme il faut premierement au point A, ſoit dreſſé vn rayon viſuel par les pinnules du point A, à l'extremité de la hauteur D, & ſoient conſiderées les parties du coſté couppé: ſemblablement vn autre du point B, à la meſme extremité D, & ſoient derechef conſiderées les parties du coſté couppé: lors par la regle ſuiuante on trouuera la hauteur cherchée.

Regle.

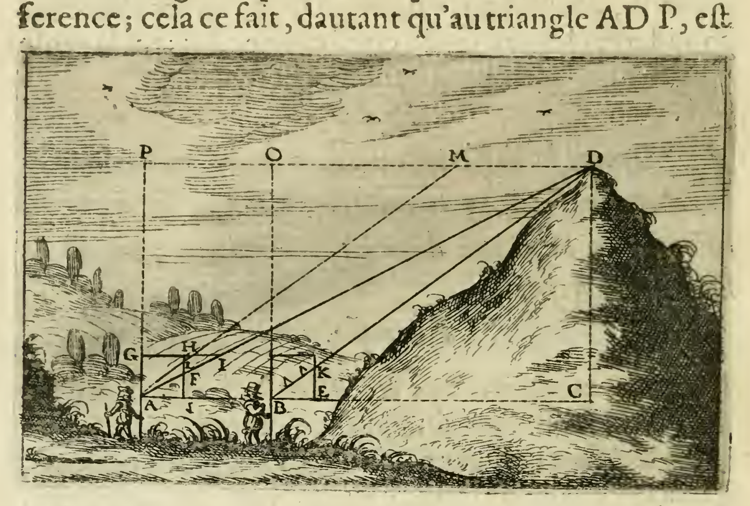
COmme la difference des longueurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la hauteur du coſté: ainſi la partie de la longueur donnée, eſt à la hauteur cherchée.

Exemple.

DAutant qu'en l'vne & l'autre ſtation, les hauteurs du quarré ſont couppées 60, & 70. Et que ſelon la regle il faut colliger par la difference des longueurs, il ſera neceſſaire de reduire les hauteurs en longueurs, & ſuppoſons qu'eſtant reduittes, elles ſoient $166\frac{2}{3}$, & $142\frac{6}{7}$, leur difference ſera $23\frac{17}{21}$, parquoy ſelon la regle on colligera en ceſte façon: ſi la difference des longueurs $23\frac{17}{21}$, donne la hauteur du coſté de 100, que donnera la partie de la longueur adjacente AB, qui contient 12 toiſes? Le quatrieſme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera $50\frac{2}{5}$, pour la hauteur CD qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

LE parallelogramme A C D P , estant acheué par imagination , si on conçoit AM , parallele à B D, & le costé GH, allongé iusqu'en I, la ligne G I , sera la longueur , au triangle A G I, de la station A : & G H, celle qui seroit couppée en la station B , ou pour le moins son egalle , par la 26 du premier , & HI leur difference ; cela ce fait , dautant qu'au triangle AD P, est



tirée la ligne droitte AM, & GI, parallele au costé I D, par la situation de l'instrument ; par le 2 theoreme I H, sera à G A , comme D M , à P A , c'est à dire comme AB, à CD, ce qu'il falloit demonstrer.

Mais si on desire sçauoir la grandeur des hypotenuses AD, BD, la regle suiuante enseignera la façon de les trouuer.

Regle pour trouuer les hypotenuses.

COmme la difference des longueurs , aux triangles qui se font sur le quarré , est à l'hypotenuse grande

grande ou petite de l'angle superieur : ainsi la partie de la longueur donnée, est à l'hypotenuse grande ou petite qui est cherchée.

C'est à dire comme HI, est à IA, ainsi B A, est à AD, & comme IH, est à HA, ainsi AB, est à BD.

Demonstration.

SAns rien changer au diagramme, par le 2 theoreme HI, sera à IA, comme M D, c'est à dire A B, à DA. Et par le mesme comme I H, est à I A, ainsi DM, ou AB, est à BD, ce qu'il falloit demonstrer.

Scholie. Il n'importe non plus qu'à la precedente, que ceste ligne perpendiculaire, qui est à l'extremité de la longueur soit à plomb sur l'horison, ou à plat : car la proposition est tousiours vraye, en quelle situation qu'elle soit.

STATION DOVBLE QVAND la partie d'vne hauteur est donnée.

PROPOSITION XXXVII.

LA partie d'vne hauteur adjacente estant donnée, trouuer le reste d'icelle, au dessus de quelque lieu ou plaine, sur laquelle elle est située : soit qu'elle se puisse voir entierement, ou non.

Soit ceste partie de hauteur adjacente A H, de 12 toises, & que des points A, & H, il faille trouuer le reste de la hauteur HL, au dessus du point M: pour ce faire, l'instrument estant disposé comme il faut, premierement au point A, soit dressé vn rayon visuel par les pinnules du point A, au point M, & soient conside-

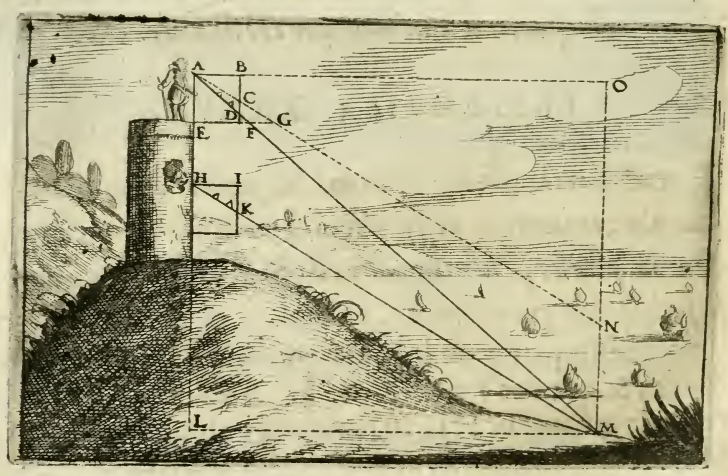
rées les parties du costé couppé : semblablement vn autre du point H, au mesme point M, & soient derechef considerez les parties du costé couppé : lors par la regle suiuante on trouuera le reste de la hauteur cherchée.

Regle.

COmme la difference des hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la plus petite: ainsi la partie de la hauteur donnée, est au reste de la hauteur cherchée.

Exemple.

SVpposons en la station A, que la hauteur B D, soit de 90 parties, au triangle A B D, & en la station H, que la hauteur I K, soit de 50, au triangle H I K, la difference sera de 40 : parquoy selon la regle on colligera



en ceste façon : si la difference des hauteurs, qui est de 40, donne la plus petite I K, de 50, que donnera la

partie de la hauteur adjacente A H, qui contient 12 toises ? Le quatriesme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 15 toises, pour le reste de la hauteur H L, qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

LE parallelogramme A O M L, estant acheué par imagination, si on conçoit A N, parallele à H M, la ligne B D, sera la hauteur, au triangle A B D, de la station A, & B C, la hauteur de la station H, ou pour le moins son egalle par la 26 p. du premier, & C D leur difference : cela fait, dautant qu'au triangle A O M, est tirée la ligne droitte A N, & B D, parallele au costé O M, par l'hypothese : par le 2 theoreme, D C, sera à C B, comme M N, à N O, c'est à dire comme A H, à H L, ce qu'il falloit demonstrer.

Mais si les longueurs du quarré sont couppées en l'vne & l'autre obseruation, sans faire aucune reduction, on trouuera le reste de la hauteur par ceste regle.

Regle.

COmme la difference des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la plus petite: ainsi la partie de la hauteur donnée, est au reste de la longueur cherchée.

Demonstration.

DAutant que par le 3 theoreme, les hauteurs sont en mesme raison, que les longueurs aux triangles qui se font sur le quarré, & que par la demonstration precedente, la difference des hauteurs est à la moindre, comme la partie de la hauteur donnée, est au reste de la hauteur cherchée : il sera vray aussi, que comme la

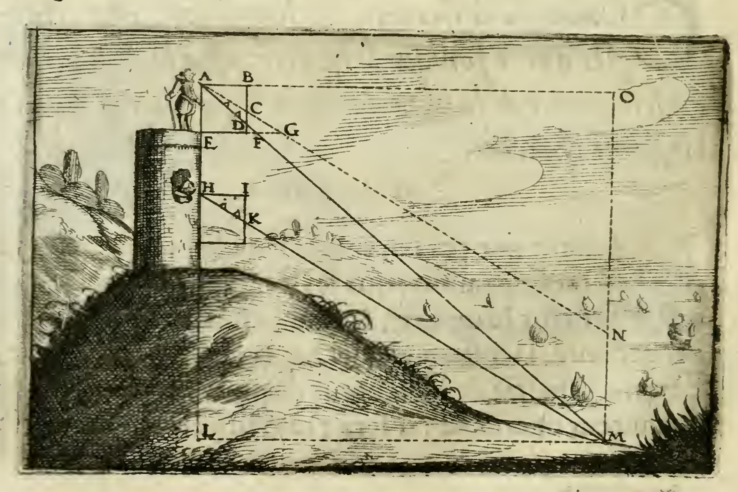
difference des longueurs est à la moindre, ainsi la partie de la hauteur donnée, est au reste de la hauteur cherchée, ce qu'il falloit demonstrer.

Scholie. Il y en a qui prennent ceste partie de hauteur sur une picque, mais pour dire au vray, ie ne comprens pas comment ils peuuent trouuer le reste de la hauteur, & les autres lignes qui sont en suitte, si ce n'est que parauenture la hauteur de leur picque, est à plus pres egalle à la ligne qu'ils cherchent, ou à tout le moins, qu'elle aye une raison sensible.

PROPOSITION XXXVIII.

LA partie d'une hauteur adjacente estant donnée, trouuer une longueur qui s'estend à son extremité iusqu'à un point, soit qu'elle se puisse voir entierement, ou non: & par mesme moyen les hypotenuses.

Soit ceste partie de hauteur adjacente AH, de 12 toises, & que des poincts A, & H, il faille trouuer la longueur LM, qui s'estend à l'extremité de la hauteur



AL; pour ce faire, l'instrument estant disposé comme il faut, premierement au point A, soit dressé vn rayon visuel par les pinnules du point A, à l'extremité de la longueur M, & soient considerées les parties du costé couppé: semblablement vn autre du point H, à la mesme extremité M, & soient derechef considerées les parties du costé couppé: lors par la regle suiuante on trouuera la longueur cherchée.

Regle.

COmme la difference des hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la longueur du costé: ainsi la partie de la hauteur donnée, est à la longueur cherchée.

Exemple.

SVpposons en la station A, que la hauteur BD, soit de 90 parties, au triangle ABD, & en la station H, que la hauteur IK, soit de 50, au triangle HIK, la difference sera de 40: parquoy selon la regle on colligera en ceste façon: si la difference des hauteurs qui est de 40, donne la longueur du costé BA de 100, que donnera la partie de la hauteur adjacente AH, qui contient 12 toises? Le quatriesme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 30 toises, pour la longueur LM, qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

LE parallelogramme A O M L estant acheué par imagination, si on conçoit A N, parallele à H M, la ligne BD, sera la hauteur de la station A, au triangle A B D: & B C la hauteur de la station H, ou pour le moins son egalle, par la 26 p. du premier: & C D leur

difference, cela fait, dautant qu'au triangle AOM, est tirée la ligne droitte A N, & B D, parallele au costé OM, par l'hypothese, par le 2 theoreme DC, sera à BA, comme MN, à OA, c'est à dire comme AH, à LM, ce qu'il falloit demonstrer.

S'il arriue que les longueurs du quarré soient couppées, qu'elles soient reduittes, comme il a esté monstré.

Mais si on desire sçauoir la grandeur des hypotenuses A M, ou H M, la regle suiuante enseignera la façon de les trouuer.

Regle pour trouuer les hypotenuses.

Comme la difference des hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à l'hypotenuse grande ou petite de l'angle superieur : ainsi la partie de la hauteur donnée, est à l'hypotenuse grande ou petite qui est cherchée.

C'est à dire comme C D est à D A, ainsi H A, est à AM, & comme D C, est à C A, ainsi A H, est à H M.

Demonstration.

Sans rien changer au diagramme, par le 2 theoreme CD, sera à DA, comme NM, c'est à dire HA, est à AM : Et par le mesme comme DC, est à CA, ainsi MN, ou A H, à H M, ce qu'il falloit demonstrer.

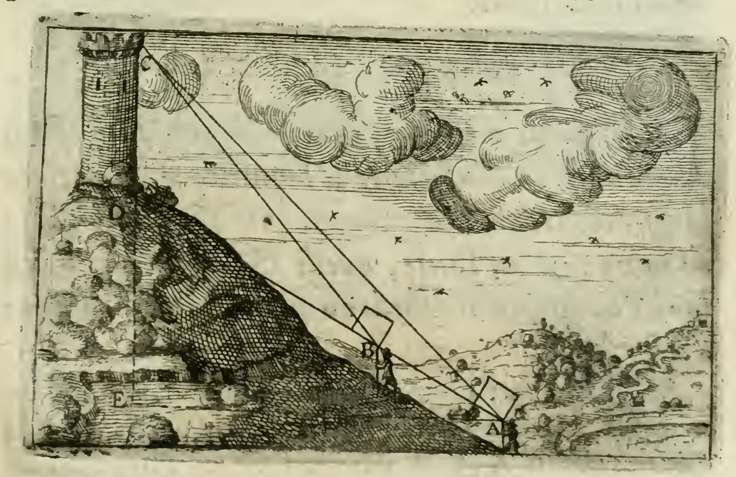
Scholie. Fort peu se sont souciez de trouuer les hypotenuses comme nous auons fait, pource qu'ils les estiment estre de peu de consequence : mais ils se rencontrent des occasions, où la cognoissance d'icelles est tres-vtile : comme quand par le moyen des canons & mortiers on veut faire tomber en quelque lieu des balles de feu d'artifice.

STATION DOVBLE QVAND la partie d'vne hypotenuſe eſt donnée.

PROPOSITION XXXIX.

LA partie d'vne hypotenuſe aſcendante eſtant donnée, à l'extremité de laquelle s'eſleue vne hauteur, trouuer l'hypotenuſe qui s'eſtend d'vn bout à l'autre: Et en ſuitte combien ceſte hauteur eſt eſleuée au deſſus du lieu où l'on eſt, & quelle eſt la longueur ou diſtance iuſqu'à ladite hauteur.

Soit ceſte partie d'hypotenuſe aſcendante A B de 12 toiſes, à l'extremité de laquelle eſt la hauteur D C, & que des points A, & B, il faille trouuer l'hypotenuſe



A C: pour ce faire, l'inſtrument eſtant diſpoſé aux points A, & B, ſur la partie de l'hypotenuſe donnée A B,

ſoit trouuée par la 36 de ce Liure, l'hypotenuſe A C, laquelle eſtant trouuée, on cognoiſtra aiſement par la 11, la hauteur CE, & longueur EA.

Que ſi on deſire ſçauoir quelle eſt la hauteur D C, elle ſe trouuera par la 8, par le moyen de la hauteur EC, qui eſt cogneuë, & en ſuitte ſi on veut la hauteur ED. Nous n'en donnerons aucun exemple, pource que cecy arriue rarement.

Quelques-vns pourroient demander quelle eſt la grandeur de l'hypotenuſe A D, mais cela ſera aiſé à trouuer par la 2 de ce Liure, apres que l'on aura cogneu la longueur A E.

Scholie. Il y en a qui pour trouuer toutes les lignes qui ſont en ceſte propoſition ont eſtimé que le quarré geometrique n'eſtoit ſuffiſant, & pour ce ſujet ſe ſont ſeruy de la doctrine des triangles, veu que cela ſe peut faire aſſez aiſément, & non à peu pres comme ils ont eſtimé.

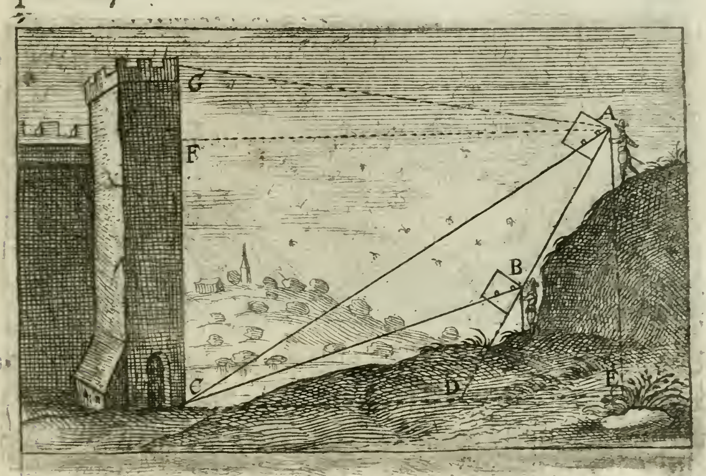
PROPOSITION XL.

LA partie d'vne hypotenuſe deſcendante eſtant donnée, à l'extremité de laquelle paroiſt quelque longueur, trouuer l'hypotenuſe qui s'eſtend d'vn bout à l'autre : & en ſuitte, quelle eſt la hauteur du lieu là où l'on eſt, & longueur ou diſtance iuſqu'au bout d'icelle.

Soit ceſte partie d'hypotenuſe deſcendante AB, de 12 toiſes, à l'extremité de laquelle eſt la plaine DC, & que des points A, & B, il faille trouuer l'hypotenuſe A C : pour ce faire, l'inſtrument eſtant diſpoſé aux points A, & B, ſur la partie de l'hypotenuſe donnée AB,

A B, ſoit trouué par la 37 de ce Liure, l'hypotenuſe A C, laquelle eſtant trouuée, on cognoiſtra aiſement par la 12, la hauteur A E, & longueur E C.

Que ſi on deſire ſçauoir quelle eſt la longueur D C, elle ſe trouuera par la 4, par le moyen de la longueur C E, qui eſt cogneuë, & en ſuitte ſi on veut la longueur D E: nous ne donnerons aucun exemple, pource que cecy arriue rarement.



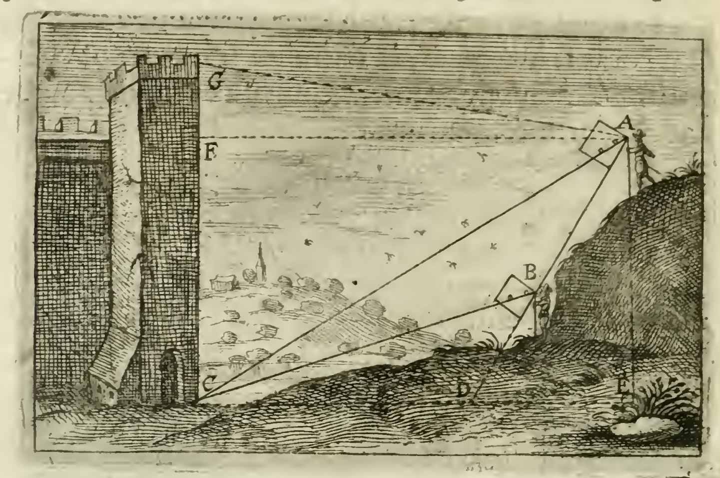
Quelques-vns pourroient demander quelle eſt la grandeur de l'hypotenuſe A D, mais cela ſera aiſé à trouuer par la 6 de ce Liure, apres que l'on aura cogneu la hauteur A E.

PROPOSITION XLI.

LA partie d'vne hypotenuſe deſcendante eſtant donnee, trouuer vne hauteur eſloignee.

Soit ceſte partie d'hypotenuſe deſcendante A B, de 12 toiſes, & que des points A, & B, il faille trouuer la

hauteur esloignée CG, pour ce faire, l'instrument estãt disposé, aux points A, & B, sur la partie de l'hypotenuse donnée A, B, soit trouuée premierement par la precedente, la hauteur AE, & longueur EC, lesquels



sont egalles à CF, & FA, puis ayant cogneu FA, on cognoistra aisement la hauteur FG, par la premiere de ce liure, laquelle auec FC, ou AE, rend toute la hauteur CD, cogneuë.

Scholie. On ne peut pas tousiours auoir des plaines pour faire ses stations, il faut se seruir de ce qui se troune, selon l'occurrence des lieux, comme nous auons monstré en tout ce liure.

STATION DOVBLE QVAND vne longueur est donnee & opposee à vne autre parallele.

Proposition XLII.

VNe petite longueur adjacente estant donnee, trouuer vne longueur plus grande, qui luy est parallele, soit qu'elle se puisse voir entierement ou non; & par mesme moyen leur distance & hypotenuses.

Soit ceste petite longueur adjacente AB, vne distance de 12 toises, prise sur vn pont, & que des points A, & B, il faille trouuer la longueur MC: pour ce faire, l'instrument estant disposé comme il faut, premierement au point A, soit dressé vn rayon visuel par les pinnules du point A, à l'extremité de la longueur C, & soient considerées les parties du costé couppé: semblablement vn autre du point B, à la mesme extremité C, & soient derechef considerées les parties du costé couppé: lors par la regle suiuante on trouuera la longueur cherchée.

Regle.

COmme la difference des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la plus grande: ainsi la petite longueur donnee, est à la plus grande qui est cherchee.

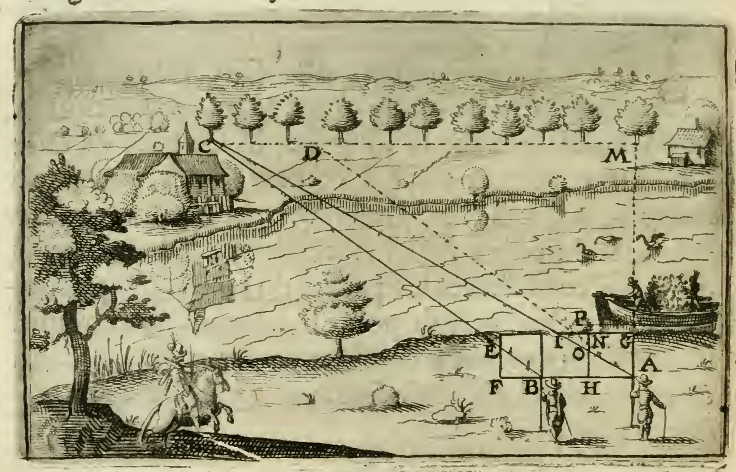
Où si les hauteurs sont couppées comme en la fi-

gure, sans faire reduction, on colligera :

COmme la difference des hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la plus grande : ainsi la petite longueur donnee, est à la plus grande qui est cherchee.

Exemple.

SVpposons en la station A, que la hauteur H O, soit de 50 parties, au triangle H A O, & en la station B, que la hauteur FE, soit de 90, au triangle BFE, la difference sera de 40, parquoy selon la 2 regle, on colligera en ceste façon : si la difference des hauteurs,



qui est de 40, donne la plus grande de 90, que donnera la petite longueur adiacente A B, qui contient 12 toises ? Le quatriesme proportionel, qui arriue par la regle de trois, donnera 27 toises, pour la longueur M C, qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

SI on imagine A D, parallele à B C, & le coſté C N, allongé iuſqu'en I, la ligne G I, ſera la longueur au triangle A G I, de la ſtation A, & G P, celle qui ſeroit couppée en la ſtation B, ou pour le moins ſon egalle par la 26 du premier, & P I, leur difference : cela fait, dautant qu'au triangle ACM, eſt tirée la ligne droitte AD,& GI, parallele au coſté M C, par la ſituation de l'inſtrument, par le 2 theoreme IP, ſera à PG, comme CD, à DM, & en compoſant, comme P I, à I G, ainſi D C, c'eſt à dire A B, à C M, ce qu'il falloit demonſtrer.

Et pour la ſeconde regle, dautant que par le 3 theoreme ON, eſt à NH, comme P I eſt à IG, & que par la precedente demonſtration P I, eſt à I G, comme AB, eſt à CM, il ſera vray auſſi, que comme ON, eſt à NH, ainſi AB eſt à C M, qu'il falloit demonſtrer.

Si maintenant on veut ſçauoir la hauteur ou diſtance AM, la regle ſuiuante enſeignera la façon de la trouuer.

Regle pour trouuer la hauteur ou diſtance.

COmme la difference des longueurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la hauteur du coſté: ainſi la petite longueur donnee, eſt à la hauteur ou diſtance cherchee.

C'eſt à dire comme IP, eſt à GA, ainſi BA, eſt à AM.

Demonſtration.

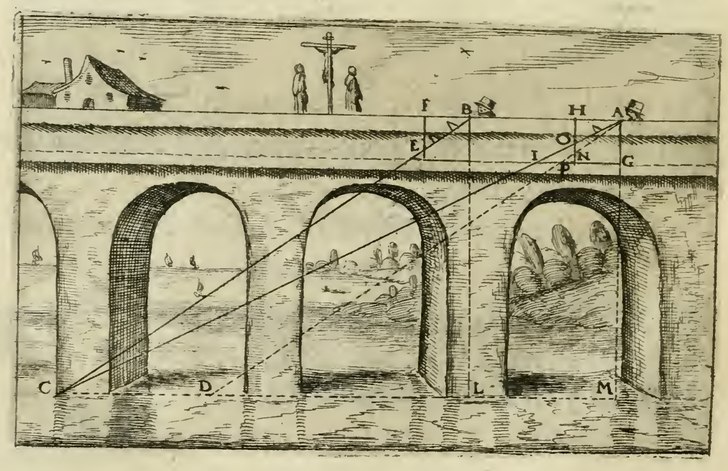
SAns rien changer au diagramme, par le 2 theoreme, I P, ſera à G A, comme C D, c'eſt à dire BA, à MA, ce qu'il falloit demonſtrer.

Que si on desire cognoistre l'hypotenuse A C, pour la trouuer on dira, comme P I, est à I A, ainsi D C, ou B A, est à C A. Et pour auoir l'hypotenuse B C, ou A D, on colligera comme I P, est à P A, ainsi C D, ou B A, est à D A. Ce qui se preuue par le 2 theoreme, & 34 du premier liure d'Euclide.

Scholie. Ie ne sçay comme quelques-vns ont peu practiquer ceste proposition au feste d'vne tour, ou d'vne montagne, pour trouuer la hauteur d'icelle. L'exemple que nous auons mis, est bien plus aisé à rencontrer, au reste il n'importe pas que les longueurs soient au dessous, ou au dessus, ou au niueau l'vne de l'autre, pourueu qu'elles soient paralleles, en voicy vn autre exemple.

Autre exemple quand les longueurs sont au niueau.

SOit vne petite longueur adjacente A B, vne distance sur la terre de 12 toises, & que des points A, & B, il faille trouuer quelle pourroit estre la ligne MC, pour



y planter quelques rangées d'arbres, ou autre chose: pour ce faire, l'instrument estant disposé de plat comme il faut, premierement au point A, soit dressé vn rayon visuel par les pinnules du point A, à l'extremité de la longueur C que l'on cherche, & soient considerées les parties du costé couppé, semblablement vn autre du point B, à la mesme extremité C, & soient derechef considerées les parties du costé couppé: lors par la regle suiuante on trouuera la lõgueur cherchée.

Regle.

COmme la difference des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la plus grande, ainsi la petite longueur donnée, est à la plus grande qui est cherchee.

Où si la distance du quarré estoit couppée comme en la figure sans faire reduction, on colligera.

Comme la difference des distances, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la plus grande, ainsi la petite longueur donnee est à la plus grande qui est cherchee:

Exemple.

SVpposons en la station A, que la distance HO, soit de 50 parties, au triangle H A O, & en la station B, que la distance FE, soit de 90, au triangle BFE, la difference sera de 40, parquoy selon la 2 regle on colligera en ceste façon: si la difference des distances, qui est de 40, donne la plus grande de 90, que donnera la petite longueur AB, qui contient 12 toises? le quatriesme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 27 toises, pour la longueur MC, qu'il falloit trouuer.

La demonstration ne differe de la precedente: si on desire sçauoir la distance AM, la regle suiuante enseignera la façon de la trouuer.

Regle pour trouuer la distance.

COmme la difference des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est au costé: ainsi la longueur donnee, est à la distance qui est cherchee.

C'est à dire comme IP, est à GA, ainsi BA, est à AM: la demonstration ne differe de la precedente.

Que si on desire cognoistre l'hypotenuse AC, pour la trouuer, on dira comme PI, est à IA, ainsi BA, est à AC, & pour auoir l'hypotenuse BC, on colligera, comme IP, est à PA, ainsi AB, est à BC, ce qui se preuue comme dessus.

Corollaire.

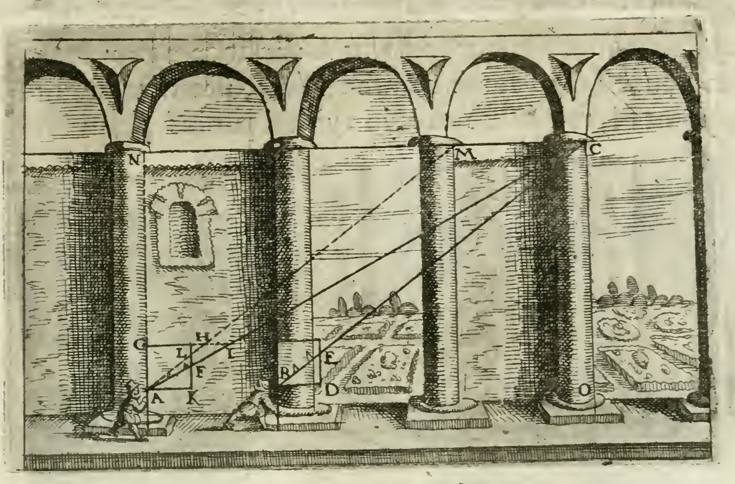
DE là il sera aisé à cognoistre, de combien la plus grande, excedera la petite, soit qu'elle soit au dessus, au dessous, ou au niueau.

PROPOSITION XLIII.

VNe longueur adjacente estant donnee, trouuer, de combien elle excede vne autre plus petite, qui luy est parallele, & qui s'estend tout aussi loing.

Soit ceste longueur adjacente AO, vne sale ou gallerie de 100 toises, & que des points A, & B, distans par exemple de 10 toises, il faille trouuer de combien elle excede la petite MC, qui s'estend tout aussi loing, que le point O, pour ce faire l'instrument estant disposé comme il faut aux points A, & B, soit trouué par la precedente,

precedente, la longueur N C, de laquelle ſi on oſte AB, reſtera l'excez de la grande ſur la petite.



Corollaire.

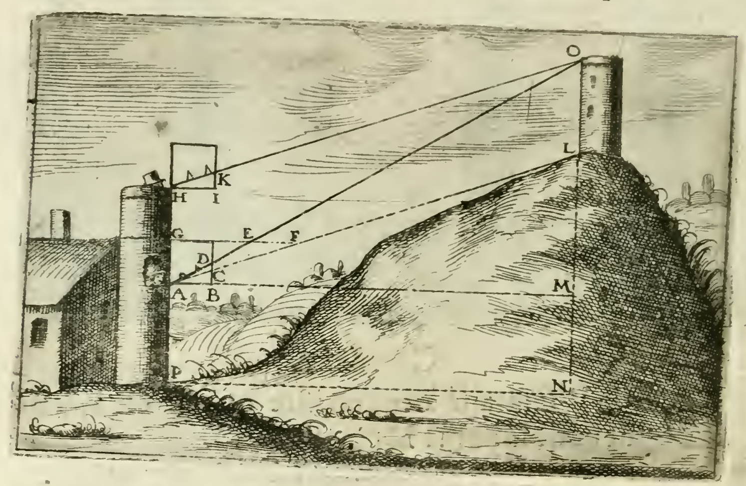
DE là il ſera aiſé à cognoiſtre qu'elle eſt la longueur de la petite MC.

STATION DOVBLE QVAND une hauteur eſt donnee & oppoſee à vne autre.

PROPOSITION XLIV.

VNe petite hauteur adjacente eſtant donnee, trouuer vne hauteur plus grande qui luy eſt parallele ſur meſme plan, ſoit qu'elle ſe puiſſe voir entierement, ou non : & par meſme moyen leur diſtance & hypotenuſe.

Soit ceste petite hauteur adjacente HA, de 12 toises, & que des points H, & A, il faille trouuer la plus grande M O, qui est sur mesme plan: c'est à dire qui descend tout aussi bas que le point A: pour ce faire, l'instrument estant disposé comme il faut, premierement au point H, soit dressé vn rayon visuel par les pinnules



du point H, à l'extremité de la hauteur O: & soient considerées les parties du costé couppé, semblablement vn autre du point A, à la mesme extremité O, & soient derechef considerées les parties du costé couppé: lors par la regle suiuante on trouuera la hauteur cherchée.

Regle.

Comme la difference des hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la plus grande: ainsi la petite hauteur donnee, est à la plus grande hauteur qui est cherchee.

Exemple.

SVpposons en la station H, que la hauteur IK, soit de 40 parties, au triangle HIK, & en la station A, que la hauteur BD, soit de 60, au triangle A B D, leur difference sera de 20, parquoy selon la regle on colligera en ceste façon : si la difference des hauteurs, qui est de 20, donne la plus grande D B de 60, que donnera la petite hauteur adjacente H A, qui contient 12 toises? Le quatriesme proportionel, qui arriue par la re gle de trois, donnera 36 toises, pour la grande hauteur MO, qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

SI on imagine AL, parallele à HO, la ligne BD, sera la hauteur au triangle ABD, de la station A, & B C, celle de la station H, ou pour le moins son egalle par la 26 du premier, & DC leur difference: cela fait, dautant qu'au triangle AMO, est tirée la ligne droitte AL, & BD, parallele au costé MO, par l'hypothese, par le 2 theoreme DC, sera à CB, comme OL, à LM, & en composant, comme C D, à D B, ainsi L O, c'est à dire HA, à OM, ce qu'il falloit demonstrer.

Mais si les longueurs du quarré sont couppées, en l'vne & l'autre obseruation, sans faire aucune reduction, on trouuera la mesme hauteur par ceste regle.

Regle.

COmme les differences des longueurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la plus grande, ainsi la petite hauteur donnee, est à la grande qui est cherchee.

C'est à dire comme EF, est à FG, ainsi HA, est à MO.

Demonstration.

SI on imagine G E allongé iusqu'en F, la ligne GF, sera la longueur couppée en la station A, & G E, celle qui seroit couppée en la station H, ou pour le moins son egalle, & EF, leur difference: cela fait, dautant que par le 3 theoreme C D, est à D B, comme E F, à F G, & que par la precedente demonstration CD, est à D B, comme H A, à O M, il sera vray aussi, que comme EF, est à F G, ainsi H A, sera à O M, ce qu'il falloit demonstrer.

Si en vne obseruation la longueur est couppée, & en l'autre la hauteur, que l'vne des deux soit reduitte, comme il a esté monstré.

Si maintenant on veut sçauoir la longueur ou distance A M, la regle suiuante enseignera la façon de la trouuer.

Regle pour trouuer la longueur ou distance.

COmme la difference des hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la longueur du costé: ainsi la petite hauteur donnee, est à la grande qui est cherchee.

C'est à dire comme D C, est à B A, ainsi H A, est à A M.

Demonstration.

SAns rien changer au diagramme par le 2 theoreme D C, sera à B A, comme O L, c'est à dire H A, est à M A, ce qu'il falloit demonstrer.

Que si on desire cognoistre l'hypotenuse A O, pour la trouuer on dira, comme C D, est à D A, ainsi L O, ou H A, est à A O. Et pour auoir l'hypotenuse HO, on

colligera comme DC, est à CA, ainsi OL, ou AH, est à HO, ce qui se prouue par le 2 theoreme, & 34 du premier d'Euclide.

Corollaire.

DE là il sera aisé à cognoistre, de combien la plus grande excede la petite.

Scholie. Quand il faut mesurer ceste espece de hauteurs inaccessibles, & que le lieu est incommode, pour n'y auoir aucune plaine: plusieurs ont de coustume de dresser vne picque, sur la hauteur de laquelle ils font deux statiõs, mais i'aimerois mieux en ce cas, prendre vne largeur à droit ou à gauche, bien grande, pour trouuer l'hypotenuse: & en suitte la hauteur & distance, comme il sera monstré en la proposition 48.

Proposition XLV.

VNe hauteur adjacente estant donnee, trouuer de combien elle excede vne autre plus petite qui luy est parallele.

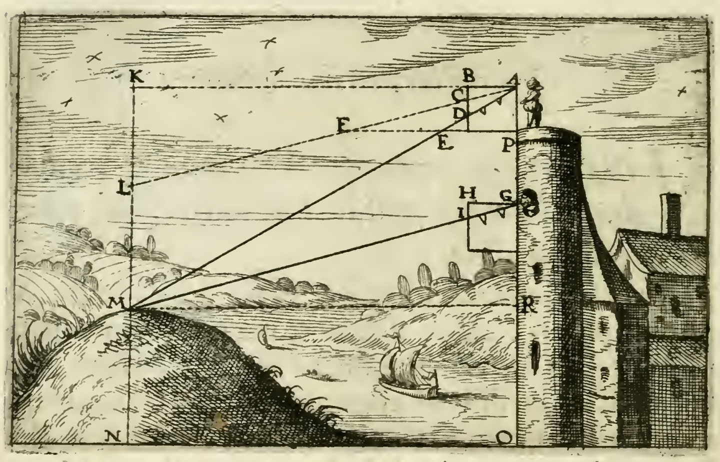
Soit ceste hauteur adjacente G A, de 12 toises, & que des points G, & A, il faille trouuer de combien la hauteur AO, excede la petite M N : pour ce faire, l'instrument estant disposé comme il faut, premierement au point A, soit dressé vn rayon visuel par les pinnules du point A, à l'extremité de la petite hauteur M, & soient considerées les parties du costé couppé : semblablement vn autre du point G, à la mesme extremité M. Et soient derechef considerées les parties du costé couppé: lors par la regle suiuante on trouuera de combien la grande excede la petite.

Regle.

Comme la difference des hauteurs, aux triangles qui se font sur le quarré, est à la plus grande; ainsi la hauteur donnee, est à l'excez qui est cherché.

Exemple.

SVpposons en la station A, que la hauteur BD, soit de 70 parties, au triangle ABD, & en la station G, que la hauteur HI, soit de 30, au triangle GHI, la difference sera de 40, parquoy selon la regle on colligera en ceste façon, si la difference des hauteurs, qui est de



40, donne la plus grande BD, de 70, que donnera la hauteur adjacente AG, qui contient 12 toises? le 4 proportionel, qui arriue par la regle de trois, donnera 21 toises, pour l'excez AR, qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

LE parallelogramme AKMR, eſtant acheué par imagination, ſi on conçoit A L, parallele à GM, la ligne BD, ſera la hauteur au triangle ABD, de la ſtation A, & BC, celle qui eſt couppée en la ſtation G, ou pour le moins ſon egalle par le 26 du premier, & CD, leur difference: cela fait, dautant qu'au triangle AKM, eſt tirée la ligne droitte AL, & B D, parallele au coſté KM, par l'hypotheſe, par le ſecond theoreme DC, ſera à CB, comme ML, à LK, & en compoſant, comme CD, à D B, ainſi LM, à MK, c'eſt à dire comme GA, à AR: ce qu'il falloit demonſtrer.

Mais ſi les longueurs du quarré ſont couppées en l'vne & l'autre obſeruation, ſans faire reduction, on trouuera le meſme excez par ceſte regle.

Regle.

COmme la difference des longueurs, aux triangles qui ſe font ſur le quarré, eſt à la plus grande, ainſi la hauteur donnée, eſt à l'excez qui eſt cherché.

C'eſt à dire, comme EF, eſt à FP, ainſi GA, eſt à AR.

Demonſtration.

SI on imagine PE, allongé iuſqu'en F, la ligne PF, ſera la longueur couppée, en la ſtation A, & PE, celle qui ſeroit couppée en la ſtation G, ou pour le moins ſon egalle, par la 26. du premier; & EF, leur difference: cela fait, d'autant que par le 3. theoreme, EF, eſt à FP, comme CD, à DB, & que par la precedente demonſtration, CD eſt à DB, comme GA, à AR. Il ſera vray auſſi, que comme EF, eſt à FP, ainſi GA, ſera à AR, ce qu'il falloit demonſtrer.

Si en vne obseruation la longueur est couppée, & en l'autre la hauteur, que l'vne des deux soit reduitte; comme il a esté monstré.

Et si quelqu'vn desire sçauoir la longueur MR, ou NO, ou les hypotenuses AM, & GM, la 38. proposition l'enseignera.

Corollaire.

DE là il sera aisé à cognoistre la hauteur de la coline MN, car l'excez AR, estant cogneu, si on mesure la hauteur AO, on cognoistra la hauteur MN, en ostant l'excez AR, de la hauteur AO.

STATION DOVBLE QVAND vne largeur est donnee.

PROPOSITION XLVI.

TRouuer vne longueur adiacente, par le moyen d'vne largeur prinse à plaisir.

Soit ceste longueur adiacente BF, l'estenduë d'vne plaine qu'il faut trouuer, pour ce faire, soit l'instrument disposé en telle sorte, au point B, que son costé BC, soit en mesme ligne, auec la longueur B F, & soit dressé vn rayon visuel le long de l'autre costé BH, afin que quelqu'vn fiche vn baston le long dudit rayon, comme en A. Et soit par exemple ceste largeur prise B A, de 60 pas, en apres soit posé l'instrument au point A, mais de telle façon, que son costé AG, soit en mesme ligne, auec la largeur A B, ce qu'estant fait, sans mouuoir l'instrument, soit tourné la regle vers le point F, & soient considerées les parties du costé couppé: lors en

quelque

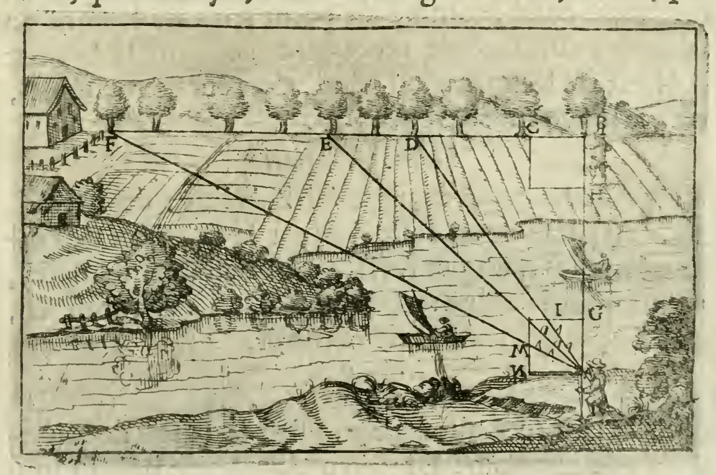
quelque façon que puiſſe tomber la ligne de foy, par la regle ſuiuante on trouuera la longueur cherchée.

Regle.

Comme la largeur eſt à la longueur, au triangle qui ſe fait ſur le quarré : ainſi la largeur que l'on a priſe, eſt à la longueur que l'on cherche.

Exemple.

SVpposons au triangle ANM, que la largeur MN, ſoit de 50 parties; & la longueur N A, de 100 : lors ſelon la regle on colligera en ceſte façon : ſi la largeur MN, qui eſt de 50, donne la longueur NA, de 100, que



donnera la largeur A B, que l'on a priſe, qui contient 60 pas? Le quatrieſme proportionel, qui arriue par la regle de trois, donnera 120 pas, pour la longueur B F, qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

DAutant qu'aux triangles M N A, & A B F, les angles N & B, sont egaux pour ce qu'ils sont droits: semblablement les angles NAM, & BFA, à cause des
*29.1 paralleles BF, & AN, * le troisiesme NMA, sera egal
*32.1 au troisiesme BAF, * & les triangles N M A, & A B F equiangles, parquoy par la 4 du 6. comme M N, est à N A, ainsi A B, est à B F, ce qu'il falloit demonstrer.

S'il falloit trouuer la longueur B E, & que la ligne de foy tõbast sur la diagonale du quarré, lors il ne seroit besoin d'aucun calcul, pour ce que la largeur prise BA, seroit egalle à la longueur BE, mais si elle tomboit sur l'autre costé, comme au point I, on ne laissera de colliger selon la regle precedente: comme la largeur AG, est à la longueur GI, ainsi la largeur cogneuë AB, est à la longueur cherchée BD.

Demonstration.

DAutant qu'au triangle ABE, la ligne droitte GI, est parallele au costé B E, par la situation de l'instrument, les triangles AGI, & ABE, sont equiangles, parquoy par la 4 du 6. Comme AG, est à GI, ainsi AB, est à BE, ce qu'il falloit demonstrer.

Corollaire.

DE là il sera aisé à cognoistre la partie de la longueur comme E F, en ostant BE de B F. Et ainsi des autres.

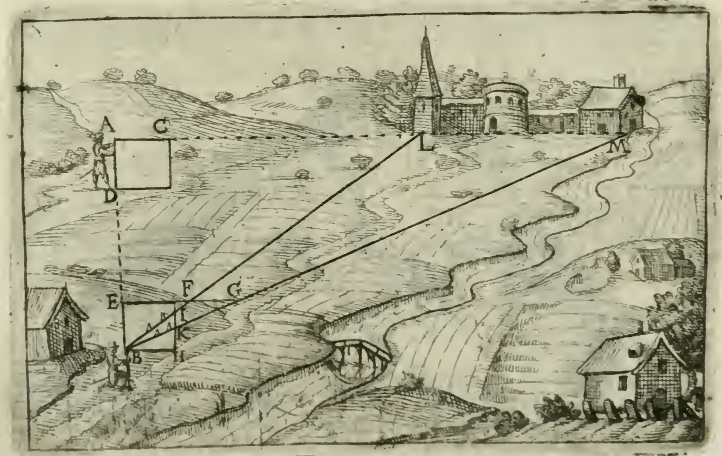
Scholie. En toutes les autres propositions, par le moyen d'vne ligne donnée, i'ay enseigné la façon de trouuer les lignes que l'on ignore: icy cela ne se peut faire auec le quarré geometrique: mais il est besoing le plus souuent que la ligne cogneuë face vn angle droit, auec la ligne que l'on cherche, & c'est pourquoy ie

me suis seruy de ses termes, par le moyen d'vne largeur prise à plaisir; *pource que si elle estoit donnée, on ne pourroit le plus souuent resoudre les propositions auec cet instrument.*

PROPOSITION XLVII.

TRouuer vne longueur esloignee par le moyen d'vne largeur prise à plaisir.

Soit ceste longueur esloignée L M, l'estenduë d'vne metairie qu'il faille mesurer: pour ce faire, ayant troué le point A, en la mesme ligne, auec la longueur LM, soit l'instrument disposé en telle sorte au point A, que son costé A C, soit auec la longueur A L M, & soit dressé vn rayon visuel le long de l'autre costé A D, afin que quelqu'vn fiche vn baston le long dudit rayon, comme en B, & soit par exemple ceste largeur prise



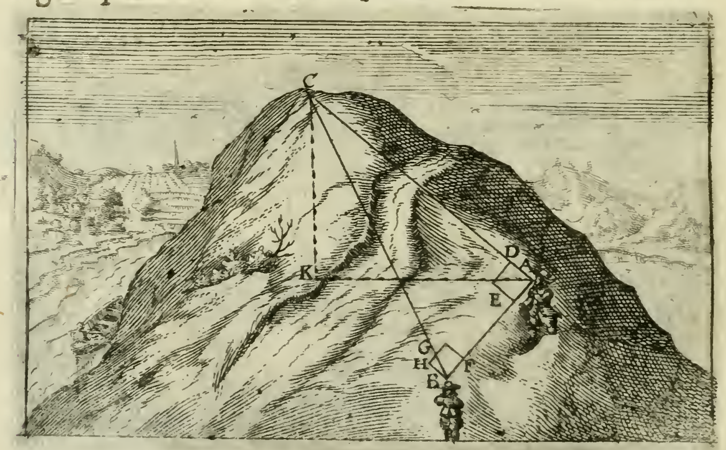
AB, de 60 pas. En apres soit posé l'instrument au point B, mais de telle façon, que son costé B E, soit en mes-

me ligne auec la largeur B A, ce qu'eſtant fait, ſans mouuoir l'inſtrument, ſoit tournée la regle vers le point M, & ſoit trouuée par la precedente la longueur A M, & derechef par la meſme la longueur A L : car lors en oſtant A L, de A M, reſtera L M, qu'il falloit trouuer.

PROPOSITION XLVIII.

TRouuer vne longueur eſleuée, c'eſt à dire qui va en montant, par le moyen d'vne largeur priſe à plaiſir, & en ſuitte quelle eſt la hauteur de ceſte eſleuation, & longueur ou diſtance qui s'eſtend iuſqu'au bout d'icelle.

Soit ceſte longueur eſleuée AC, le talud d'vne montagne qu'il faille trouuer: pour ce faire, ſoit l'inſtru-



ment diſpoſé en telle ſorte au point A, que ſon coſté AD, ſoit en meſme ligne auec la longueur eſleuée

AC, & soit dressé vn rayon visuel le long de l'autre costé A E, afin que quelqu'vn fiche vn baston le long dudit rayon, comme en B, & soit par exemple ceste largeur prise AB, de 60 pas: en apres soit posé l'instrument au point B, mais de telle façon, que son costé B F, soit en mesme ligne auec la largeur B A, ce qu'estant fait, sans mouuoir l'instrument, soit tournée la regle vers le point C, & soient considerées les parties du costé couppé: lors en quelque façon que puisse tomber la ligne de foy, par la regle suiuante on trouuera la longueur cherchée.

Regle.

COmme la largeur est à la longueur, au triangle qui se fait sur le quarré: ainsi la largeur que l'on a prise, est à la longueur que l'on cherche.

Exemple.

SVpposons au triangle G H B, que la largeur GH, soit de 50 parties, & la longueur H B, de 100: lors selon la regle on colligera en ceste façon: si la largeur GH, qui est de 50, donne la longueur HB, de 100, que donnera la largeur B A, que l'on à prise, qui contient 60 pas? le 4 proportionel qui arriue par la regle de trois donnera 120 pas, pour la longueur esleuée A C, qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

DAutant que aux triangles GHB, & BAC, les angles H, & A, sont egaux, pour ce qu'ils sont droits, semblablement les angles H B G, & ACB, à cause des paralleles BH, AC, * le 3 HGB, sera egal au *29.1 troisiesme A B C, * & les triangles H G B, & ABC, *32.1

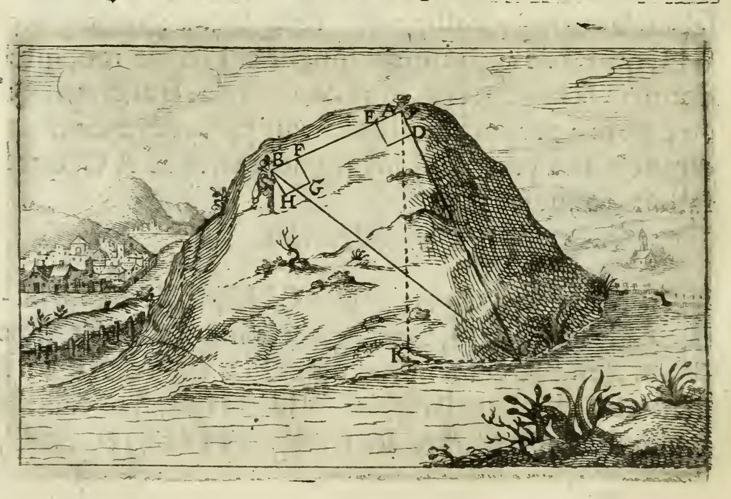
equiangles, parquoy par la 4 du sixiesme, comme GH, est à H B, ainsi B A, est à A C, ce qu'il falloit demonstrer.

Mais si on desire sçauoir, quelle est la hauteur de la montagne CK, au dessus du point A, & pareillement quelle est la longueur ou distance A K, qui s'estend iusqu'a la perpendiculaire CK? cela sera aisé par l'onziesme de ce liure, prenant AC, comme hypotenuse.

PROPOSITION XLIX.

TRouuer vne longueur panchée, c'est à dire qui va en descendant, par le moyen d'vne largeur prise à plaisir, & en suitte qu'elle est la hauteur de ceste descente, & longueur ou distance, qui s'estend iusqu'au bout d'icelle.

Soit ceste longueur penchée AC, la descente d'vne montagne qu'il faille trouuer, pour ce faire, soit l'in-



ſtrument diſpoſé en telle ſorte au point A, que ſon coſté AD, ſoit en meſme ligne auec la longueur panchée AC, & ſoit dreſſé vn rayon viſuel le long de l'autre coſté AE, afin que quelqu'vn fiche vn baſton le long dudict rayon, comme en B, & ſoit par exemple ceſte largeur priſe AB, de 40 pas: en apres ſoit poſé l'inſtrument au point B, mais de telle façon, que ſon coſté BF, ſoit en meſme ligne auec la largeur BA, ce qu'eſtant fait, ſans mouuoir l'inſtrument, ſoit tourné la regle vers le point C, & ſoient conſiderées les parties du coſté couppé: lors en quelque façon que puiſſe tomber la ligne de foy, par la regle ſuiuante on trouuera la longueur cherchée.

Regle.

COmme la largeur, eſt à la longueur, au triangle qui ſe fait ſur le quarré: ainſi la largeur que l'on a priſe eſt la longueur que l'on cherche.

Exemple.

SVpposons au triangle GHB, que la largeur GH, ſoit de 40 parties, & la longueur HB, de 100: lors ſelon la regle on colligera en ceſte façon: ſi la largeur GH, qui eſt de 40, donne la longueur HB, de 100, que donnera la largeur BA, que l'on a priſe qui contient 40 pas? Le quatrieſme proportionel qui arriue par la regle de trois, donnera 100 pas, pour la longueur panchée AC, qu'il falloit trouuer.

Demonſtration.

DAutant qu'aux triangles GHB, & BAC, les angles H, & A, ſont egaux, pour ce qu'ils ſont droits: ſemblablement les angles HBG, & ACB, à

*29 cause des paralleles BH, AC, * le troisiesme HGB, se-
*32 ra egal au troisiesme ABC, * & les triangles HGB, & A B C equiangles, parquoy par la 4 du 6, comme GH, est à H B, ainsi B A, est à A C, ce qu'il falloit demonstrer.

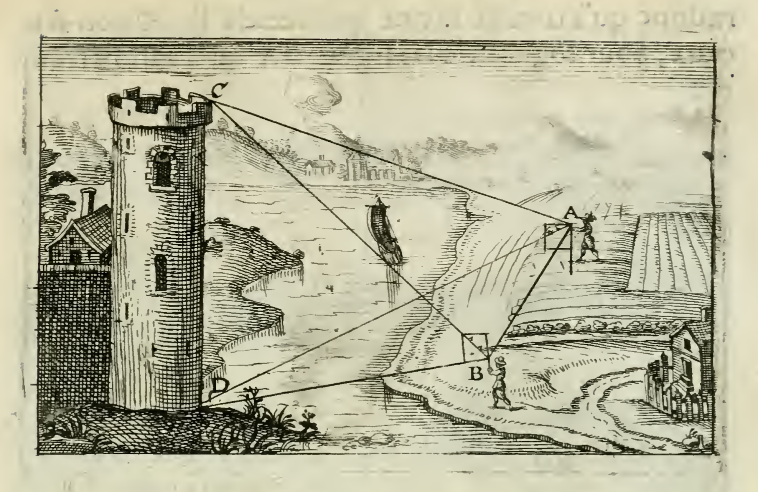
Mais si on desire sçauoir quelle est la hauteur de la montagne A K, au dessus du point A, & pareillement quelle est la longueur ou distance C K, qui s'estend iusqu'à la perpendiculaire A K, cela sera aisé par la 12 de ce liure, prenant AC comme hypotenuse.

Scholie. La precedente proposition & celle-cy, monstrent la vraye methode, de mesurer la solidité & hauteur des montagnes, tant du feste, que du pied: bien plus aisement que si on prenoit deux stations en arriere sur vne plaine, comme il a esté enseigné par cy-deuant, ou sur la hauteur d'vne picque comme quelques-vns ont voulu faire accroire. Car quand à ce qu'ils se vantent de les pouuoir mesurer d'vne seule station, sur la hauteur du quarré: c'est vne chose si absurde, qu'il n'est besoing de la refuter.

PROPOSITION L.

TRouuer vne hauteur esloignée par le moyen d'vne largeur prise à plaisir.

Soit ceste hauteur esloignée C D, vne tour qu'il faille trouuer: pour ce faire, soit prise vne largeur notable comme AB, & n'importe en quel plan elle soit, puis l'instrument estant disposé aux points A, & B, soit trouuée par la precedente la longueur A D, laquelle estant prise commo hypotenuse par la 10 de ce liure, on cognoistra la hauteur de la tour D C.

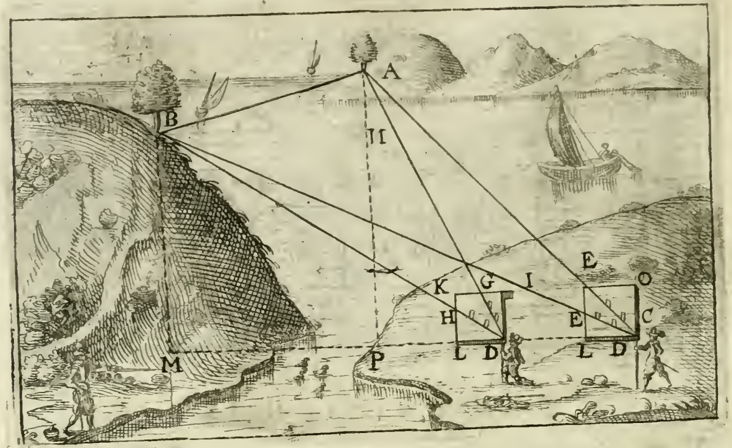


PROPOSITION LI.

TRouuer toutes ſortes de largeurs eſloignées par le moyen d'vne largeur priſe à plaiſir.

Soit ceſte largeur priſe D C, vne diſtance de 120 pieds, & que des points D & C, il faille trouuer la largeur eſloignée B A : pour ce faire, l'inſtrument eſtant diſpoſé comme il faut aux deux extremitez de la largeur DC, ſoit trouuée la ligne BM, par la 35 de ce liure, & par la meſme la ligne A P. Car pour lors en oſtant BM, de AP reſtera AN, que l'on cognoiſtra : cela fait, on trouuera du point D, les longueurs D M, D P, par la 30. Et en oſtant DP, de DM, reſtera M P, c'eſt à dire BN, qui ſera auſſi cogneuë : partant au triangle rectangle BN A, les deux coſtez B N, & N A, eſtant cogneus on trouuera l'hypotenuſe B A, pource que les quarrez de B N, & N A, adiouſtez enſemble, ſont egaux au quarré de BA par la 47 du premier : il n'y au-

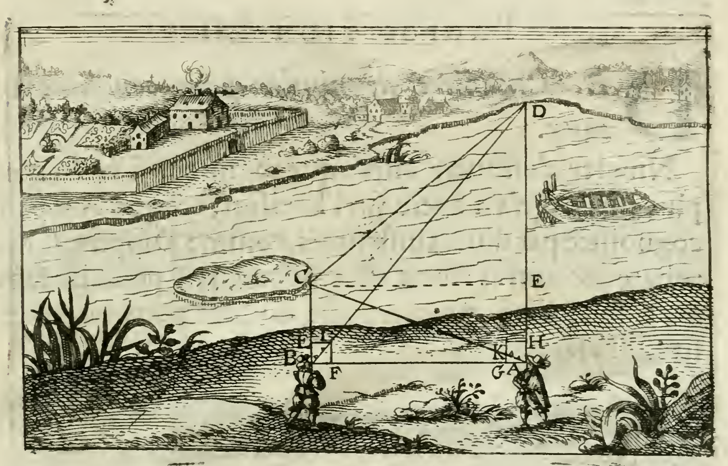
ra donc qu'à tirer la racine quarrée de l'addition d'iceux, pour cognoistre la largeur BA qu'il falloit trouuer.



Mais dautant que ceste proposition est tres-vtile, ie veux enseigner vne methode plus facile & certaine, pour mesurer toutes sortes de largeurs esloignées.

Soit dõc derechef la largeur CD, qu'il faille trouuer: pour ce faire, soit l'instrument dispofé en telle sorte au point B, que son costé BE, soit en mesme ligne auec la distance BC: puis soit dressé vn rayon visuel par les pinnules du point B, au point D, & soient considerées les parties du costé couppé. Et vn autre le long du costé BF, afin que quelqu'vn fiche vn baston le long dudit rayon, comme au point A: mais à telle condition que la largeur B A, face vn angle droit auec la longueur AD, comme il appert à la figure (ce qui est aisé à faire par le moyen de l'instrument mis au point A. Car si le long des costez du quarré A G, & A H, les 2 points B, & D apparoissent du point A, iceluy sera le lieu requis,

cela fait l'instrument estant posé en A, soit dressé vn autre rayon visuel par les pinnules du point A, au point C, & soient de rechef considerées les parties du costé couppé, lors on trouuera aisement la largeur DC, en ceste façon.



Premierement on mesurera la largeur B A, laquelle estant cogneuë on trouuera la longueur AD, par la 45, & par la mesme, la longueur BC, qui estant ostée de DA, laissera DE, qui sera cogneuë : mais CE, est aussi cogneuë pour estre egalle à BA, parquoy au triangle rectangle CED, les deux costez C E, & ED, estant cogneus, le 3 C D, le sera aussi par la 47 du premier: pource que les deux quarrez de CE, & ED, sont egaux au quarré de CD, si donc on adiouste les deux quarrez de D E, & E C, & qu'on tire la racine quarrée de l'addition d'iceux, elle manifestera la longueur de la ligne CD, qu'il falloit trouuer.

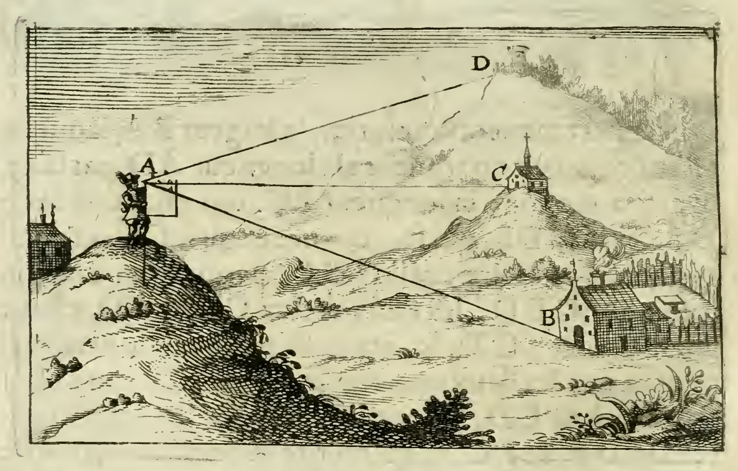
Scholie. Nous ne voulons pas faire comme les autres, qui

penſant que le quarré geometrique ne pouuoit ſoudre ceſte queſtion, ont eu recours à la doctrine des triangles, pour en auoir la ſolution : Mais c'eſt confondre les ſciences que faire cela. Ie monſtre toutesfois icy que la choſe n'eſt pas impoſsible par deux exemples.

PROPOSITION LII.

DE la maniere de niueler pour conduire les eaux.

Niueler n'eſt autre choſe que meſurer, ſi vn lieu eſt plus eſleué qu'vn autre ſur l'horiſon, ce que l'on peut cognoiſtre par diuers inſtrumẽs, comme Dioptre, Chorobate, & autres : mais aſſez aiſement le peut-on faire auec le quarré geometrique duquel nous en monſtrons l'vſage.



Soient donc deux lieux A, & B, que l'on veut niueler, pour ſçauoir ſi l'eau qui eſt en la ſource A, pourroit deſcendre au point B: pour ce faire, l'inſtrument eſtant

diſpoſé en A, comme ſi on vouloit meſurer vne hauteur, ſoit dreſſé vn rayon viſuel, par les pinnules du point A, au point B: lors ſi la regle de l'inſtrument, couppe le coſté, c'eſt choſe aſſeurée que le point A, eſt plus eſleué que B, & que par conſequent l'eau peut auſſi deſcendre au point B : que ſi la regle de l'inſtrument ſe trouue le long du coſté, les deux lieux ſont au niueau, & d'egalle hauteur, comme A, & C, & l'eau ne peut aller de l'vn à l'autre.

Finalement ſi la regle ſe leue au deſſus de l'inſtrument, comme en dreſſant vn rayon viſuel du point A, au point D, lors le lieu eſloigné, eſt plus eſleué, & ainſi il ſera aiſé de conclurre, ſi d'vn lieu on pourroit conduire des eaux en vn autre.

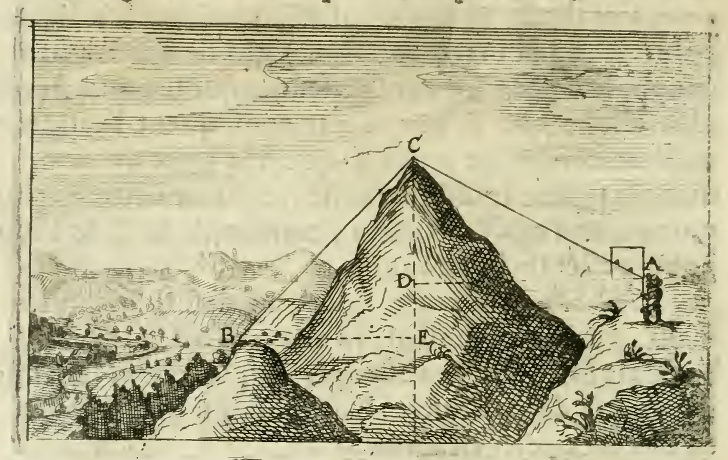
Ceſte propoſitiō ſert grandemēt pour cognoiſtre, ſi on peut mettre à ſec les foſſez d'vne ville aſſiegée, & detourner le cours des riuieres pour incōmoder vn ennemy.

Mais ſi quelqu'vn deſire maintenant ſçauoir de combien vn lieu eſt plus eſleué que l'autre, il faudra ſe ſeruir des precedentes propoſitions, ſelon les occurrences des lieux.

Que s'il arriue que les lieux ſoient tellement ſituez, que de l'vn on ne puiſſe voir l'autre, à cauſe de quelque hauteur interpoſée, on fera en ceſte façon.

Soient les deux lieux A, & B, qu'il faille niueler, & que du point A, on ne puiſſe voir le point B, à cauſe de la hauteur interpoſée C, pour les niueler toutefois, ſoit trouué par les precedentes, de combien la hauteur C, excede le point A, puis montant au point C, ſoit trouué de combien C, excede B, & lors on cognoiſtra aiſement de combien A, excedera B: comme ſi C, ſurpaſſe A, de 10 toiſes, & que le meſme C, ſurpaſſe B, de

12 on iugera aiſement que A, ſurpaſſera B, de 2 toiſes.



Notez qu'il n'importe en ces operations, ſi on va en ligne droitte, ou à coſté, pourueu que l'on obſerue touſiours le parallelisme.

Scholie. Par ceſte methode, vn chaſcun pourra cognoiſtre, ſi vn gros de Cauallerie ou Infanterie bien eſloignée, approche ou recule: car ſi on dreſſe vn rayon viſuel par les pinnules au pied du gros, & que l'on obſerue les parties du coſté couppé, & que quelque temps apres, on dreſſe de rechef vn autre rayon au meſme lieu, & que l'on trouue que la regle eſt abbaiſſée en la ſeconde obſeruation, c'eſt choſe aſſeurée que le gros approche: Et ſi la regle eſt plus eſleuée, il s'eſloigne, ſi elle demeure en meſme eſtat, il fait alte, & ne va ny vient; Que ſi on tourne l'inſtrument de plat, on cognoiſtra s'il va à droit, ou à gauche.





APPENDIX DV QVARRÉ PENDANT ou que l'on tient en main.



E quarré geometrique, eſt ou ſtable, ou pendant. Le quarré ſtable, eſt celuy-là qui a ordinairement aux operations, deux coſtez paralleles à l'horiſon, l'vſage duquel nous auons cy-deuant monſtré: Mais le quarré pendãt, a vn plomb, auec vn filet, au lieu de regle, lequel eſt attaché à l'angle du quarré, & n'a point les coſtez paralleles à l'horiſon aux operations, on le tient ordinairement en main quand on s'en ſert. Son vſage n'eſt different de l'autre, ſi ce n'eſt que l'on ne le met gueres de plat, pour ce qu'il n'a point de regle. Sa conſtruction n'eſt differente, hormis qu'il a deux pinnules fichées ſur vn des coſtez, qui ne ſont diuiſez, & vn perpendicle qui luy ſert de regle.

La difficulté qu'il y a de s'en ſeruir, ſi toutefois on doit appeler cela difficulté, conſiſte à la cognoiſſance des longueurs, & hauteurs du quarré, de peur que l'on

ne prenne l'vne pour l'autre, pour se seruir des regles precedentes : ce qui sera aisé à cognoistre par ceste obseruation.

Obseruation.

LE costé qui porte les pinnules, comme aussi celuy qui luy est parallele, represente la hauteur aux triangles qui se font sur le quarré, les deux autres la onguenr.

Par ceste obseruation, chascun cognoistra, quel costé il faudra prendre pour la hauteur, & quel costé pour la longueur. Car si par exemple il faut mettre au premier lieu de la regle de 3, selon quelque regle precedente, la hauteur : on obseruera au triangle qui se fera sur le quarré auec le filet le costé qui porte les pinnules, ou celuy-là qui luy est parallele, & s'il faut mettre la longueur vn des autres.

EXEMPLE DE LA PREMIERE Proposition.

VNe longueur adjacente estant donnée, trouuer vne hauteur qui est à l'extremité d'icelle.

Soit ceste longueur adjacente AB, vne plaine de 60 pas, & que du point A, il faille trouuer par exemple la hauteur de la tour BC, qui est à son extremité: pour ce faire, soit tenu en main l'instrument en telle sorte, que le filet & le plomb A H, pende librement sans aucune contrainte le long de la superficie du quarré, & en mesme temps soit dressé le rayon visuel F A C, par les pinnules, au feste de la hauteur, C, & soient considerées les

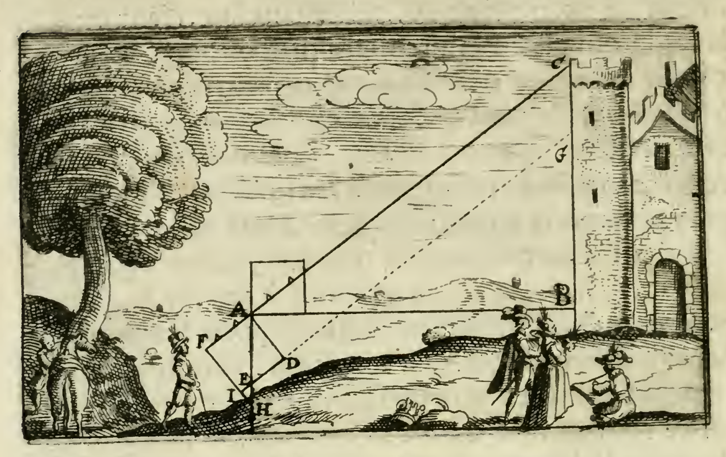
les parties du costé couppé DE, par le filet A H, qui soient par exemple de 60, cela estant fait: d'autant que la regle qui est en la premiere proposition, est telle: *Comme la longueur est à la hauteur au triangle qui se fait sur le quarré, ainsi la longueur donnée est à la hauteur cherchée*: à bon droit on pourroit douter, quel costé au triangle ADE, represente la longueur, & quel costé la hauteur pour pouuoir se seruir de la regle. Mais ceste doute est ostée, par la precedente obseruation, qui enseigne que ED, est la hauteur au triangle qui se fait sur le quarré, pour ce qu'il est opposé au costé qui porte les pinnules, & par consequent DA, la longueur: parquoy selon la regle, on colligera en cette façon: si la lõgueur AD, qui est de 100. parties, donne la hauteur DE, de 60, que donnera la longueur adiacente AB, qui contient 60. pas? le 4. proportionnel qui arriue par la regle de trois, donnera 36 pas, pour la hauteur de la tour BC, qu'il falloit trouuer.

Demonstration.

SOit imaginé le costé ED, alongé iusques à G, afin que EACG, soit vn parallelogramme: lors d'autant que aux triangles ADE, & ABC, les angles D, & B, sont égaux, pour ce qu'ils sont droits; semblablement les angles DEA, & BCA, pour ce qu'ils sont opposez, *15.1.
* le 3 DAE, sera égal au troisiesme BAC, * & les *32.1.
triangles, DAE & BAC equiangles: parquoy par la 4 du 6, comme AD, est à DE, ainsi AB, est à BC, ce qu'il falloit demonstrer.

On obseruera le mesme en toutes les propositions cy-deuant expliquées, si on desire de se seruir du quarré que l'on tient en main.

Reste seulement vne difficulté, comment on pourra



cognoistre les hypotenuses de l'angle superieur & inferieur au quarré pendant, pour se seruir des regles precedentes. Mais l'obseruation suiuante nous l'oste entierement.

Obseruation.

L'Hypotenuse qui subtend l'angle droit, qui est entre le costé des pinnules & le fil, est l'hypotenuse de l'angle Superieur, quand on est en bas, & de l'angle inferieur, quand on est en haut.

Ainsi AH, est l'hypotenuse de l'angle superieur, & AE de l'angle inferieur. Le contraire arriueroit, si on estoit en haut: car l'hypotenuse qui subtenderoit l'angle droit, entre les pinnules & le plomb, seroit l'hypotenuse de l'angle inferieur, l'autre du superieur.

Scholie. Il ſemble que ceſte derniere obſeruation ſoit de peu de conſequence, pource que le fil où pend le plomb, ne peut eſtre diuiſé en parties: mais elle ſera neceſſaire à ceux qui voudront ſe ſeruir de la table des reductions, auec laquelle il n'eſt beſoin que le quarré, ny la regle ſoient diuiſées, pourueu que le quart de cercle qui eſt au dedans, le ſoit comme il a eſté monſtré.

V ij





SECOND APPENDIX DE L'VSAGE DE LA SVPERFICIE DV QVARRE', DIVISEE EN PETITS quarrez, à l'aide de laquelle il n'est besoin d'aucun calcul.

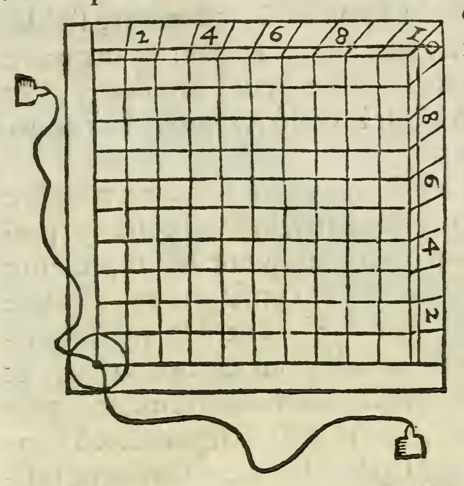


A construction de ce quarré, ne differe de l'ordinaire, si ce n'est que sa superficie est diuisée, tant au quarré pendant, qu'à celuy qui est stable, en plus grand nombre de quarrez que faire se peut : comme il appa-roist à celuy qui est cy-dessous de-peint. Nous en declarerons l'vsage par trois exemples.

EXEMPLE PREMIER POVR la mesure des hauteurs & hypotenuses accessibles:

SOit vne longueur AB de 60 pas, & que du point A, il faille trouuer la hauteur BC, qui est à son extre-

mité : pour ce faire le quarré ſtable ou pendant eſtant diſpoſé comme il faut au point A, ſoit dreſſé vn rayon viſuel par les pinnules, du point A à l'extremité de la hauteur C, & en meſme inſtant ſans mouuoir l'inſtrument, ſoit arreſté la regle, ou le fil, ſur la ſuperficie du quarré, au point E : car pour lors vis à vis



de 60 parties, du coſté AD, (pource que AB contient



autant de pas) la ligne FG, de 30, monſtre que la hauteur BC, contient autant de pas.

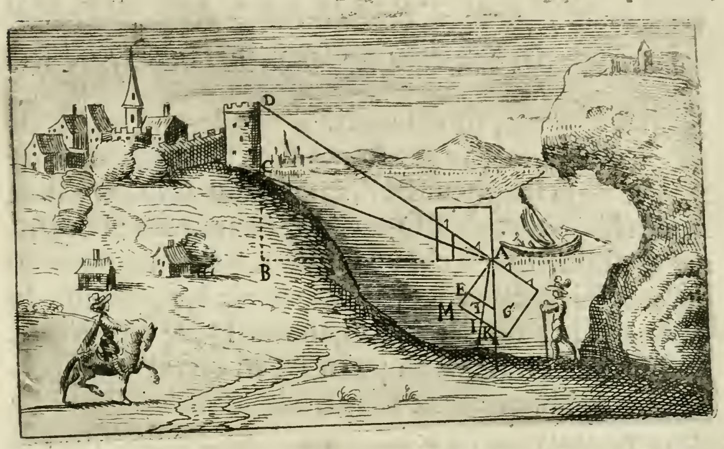
Que si on veut trouuer l'hypotenuse AC, voyez combien a de parties la ligne AG, au quarré stable, car l'hypotenuse AC, aura autant de pas: & au quarré pendant, pource que le fil ne peut estre diuisé, soit transferée la ligne AG, sur le costé AD, pour voir combien elle en contient.

Notez que la ligne FG, au quarré pendant, monstre la hauteur, pour ce qu'elle est parallele au costé qui porte les pinnules, & que par consequent AF, represente la longueur, comme nous auons enseigné auparauant: Et pour voir cela plus manifestement, si le quarré pendant, qui est le plus commode pour ces operations; & tourne de telle sorte, apres l'obseruation faite, & le perpẽdicule arresté, que le costé AD, soit parallele à l'horison, & que DE soit esleué en haut, on verra que la ligne du petit triangle AFG, sont proportionnelles à celle du plus grand ABC.

Exemple second.

SEcondement, soit la partie d'vne hauteur esloignée DC de 10 toises, & que du point A, il faille trouuer le reste de la hauteur CB, la distance AB, & s'il est besoin l'hypotenuse AD: pour ce faire, l'instrument estant disposé comme il faut au point A, soit dressé vn rayon visuel par les pinnules, premierement du point A au point C, & soit arresté le filet pendant au point I, en apres l'autre perpendicule librement pendant soit dressé de rechef (sans changer toutesfois le centre de l'instrument A) vn autre rayon, par les pinnules du point A au point D. Et soit arresté l'autre filet au point K, car pour lors ayant troué la ligne GF, de 10. parties, entre les deux filets (pour ce que CD contient

autant de toiſes) autant que le reſte EF aura de parties,

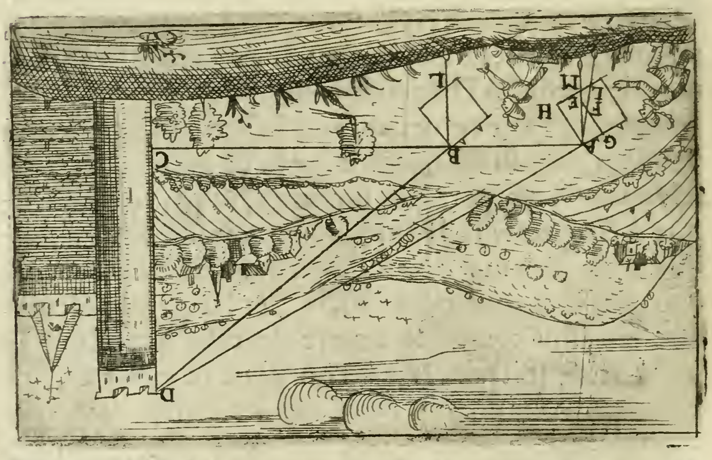


tout autant CB aura de toiſes. Et pour trouuer la longueur AB, ſoient cõſiderées les parties de la ligne AE. Que ſi l'hypotenuſe AG, eſt transferé ſur le coſté AM, autant qu'elle ſera trouuée auoir de parties, tout autant de rechef AD aura de toiſes.

Notez comme cy-deuant, que la ligne EG, au quarré pendant, monſtre la hauteur, pour ce qu'elle eſt parallele au coſté qui porte les pinnules, & par conſequent que AE repreſente la longueur, comme nous auons enſeigné. Et pour voir cela plus manifeſtement, les deux obſeruations eſtant faictes, & les perpendicules arreſtez, ſoit tourné le quarré de telle ſorte, que le coſté AM, ſoit parallele à l'horiſon, & que EG, ſoit eſleué en haut, & on verra que les lignes des petits triangles qui ſe font ſur le quarré, ſont proportionnelles aux lignes des autres triangles, qui ſe font en theorie.

EXEMPLE TROISIESME POVR la mesure des hauteurs & longueurs inaccessibles.

TIercement, soit la partie d'vne longueur AB de 10 toises, & que des points A & B il faille trouuer le reste de la longueur BC, la hauteur CD, & s'il est besoin l'hypotenuse BD, ou AD, pour ce faire l'instrument estant disposé comme il faut, premierement au point B, soit dressé vn rayon visuel par les pinnules du point B, à l'extremité de la hauteur D, & soit arresté le fil du perpendicule au point L, en apres l'autre perpendicule librement pendant, soit de rechef dressé vn autre rayon visuel par les pinnules du point A, à la mesme extremité D, & soit arresté l'autre perpendi-



cule au point M, car pour lors ayãt trouué la ligne EF, de 10. parties, entre les deux filets (pour ce que AB contient

contient autant de toises) autant que le reste FG aura de parties, tout autant BC aura de toises ; & pour trouuer la hauteur CD, soient considerée les parties de la ligne AG. Que si l'hypotenuse AE, ou AF, est transferée sur le costé du quarré, autant qu'elle sera trouuée auoir de parties, tout autant de rechef AD, ou BD, auront de toises.

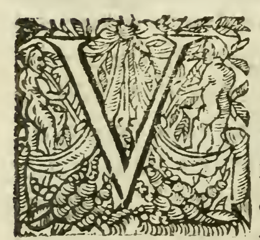
Notez comme cy-deuant, que la ligne AG au quarré pendant, monstre la hauteur, pour ce que c'est le costé qui porte les pinnules, & par consequent que GE represente la longueur. Et pour voir cela plus manifestement, les deux obseruations estans faites, & les deux perpendicules arrestez, soit tourné le quarré de telle sorte, que la ligne GE, soit parallele à l'horizon, & que GA, soit esleué en haut, & on verra que les lignes des petits triãgles qui se font sur le quarré, sont proportionnelles aux lignes des autres triãgles qui se font en terre.

Nous auons pensé que ces trois exemples suffisent au Lecteur attentif, car la methode ne varie point, soit que d'vn lieu bas on vueille mesurer des hauteurs & largeurs, ou que d'vn lieu haut il faille faire les mesmes obseruations. Seulement i'aduertis que sur tout on prenne garde ne point prendre la longueur du quarré pour la hauteur sur l'instrument; ce que l'on ne fera iamais si on se souuient que le costé des pinnules, & celuy qui luy est parallele, represente les hauteurs perpendiculaires, & les deux autres les longueurs paralleles à l'horizon.

Scholie. Ie n'ay pas creu qu'il fust à propos de faire icy des demonstrations, attendu que cela a esté monstré cy-deuant, & que les triangles qui se font sur le quarré sont proportionnaux à ceux qui se font en terre par le 2 theoreme.



TROISIESME APPENDIX DV RAPPORT DES LIGNES DROITTES ESLOIGNEES, SVR LA ſuperficie de la terre, par le quarré Geometrique.

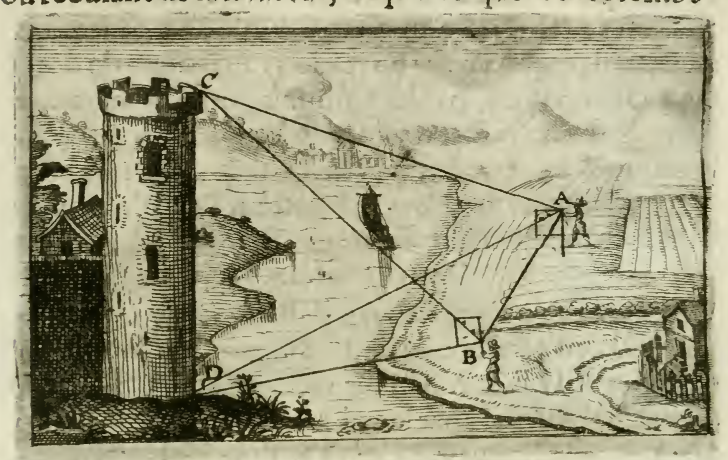


OICY vn petit traicté tres-vtile & plaiſant, pour ceux qui n'ont aucune cognoiſſance de l'Arithmetique: car ſans aucun calcul, ils pourront rapporter toutes ſortes de lignes eſloignées, ſur la ſuperficie de la terre, auec le quarré Geometrique. Ce que nous monſtrerons le plus facilement que faire ſe pourra, par ſix ou ſept exemples.

EXEMPLE PREMIER DV rapport d'vne hauteur acceſſible.

SOit ceſte hauteur acceſſible B C, la hauteur d'vne tour qu'il faille rapporter ſur la ſuperficie de la terre, c'eſt à dire trouuer vne ligne ſur icelle, qui ſoit auſſi grande que la hauteur : pour ce faire, tenant l'inſtrument en main, comme il faut, ſoit dreſſé vn rayon vi-

ſuel, par les pinnules, vers le point C, en s'approchant ou reculant de la hauteur, iuſqu'à ce que le filet tombe



ſur la diagonale A E, car pour lors la longueur ou diſtãce du Geometre iuſques à la hauteur, ſera égalle à la hauteur. Cõme ſi cela s'eſt rencontré au point A, la ligne AB, ſera égalle à la ligne BC, qu'il falloit raporter.

Autrement ſi on dreſſe vn rayon viſuel par les pinnules, & qu'on ſ'approche, ou recule, iuſqu'à ce que le filet tombe ſur 50 parties de la hauteur du quarré, la longueur ſur terre, ſera double de la hauteur, ſi ſur 25, quadruple: & ſi le filet tombe ſur 50 parties de la longueur du quarré, la hauteur ſera double de la lõgueur: ſi ſur 25, quadruple. Ceſte methode pourra ſeruir quand le lieu ou la longueur ſe doit trouuer égalle à la hauteur, n'eſt pas commode, pour quelque empeſchement qui s'y peut rencontrer.

Notez qu'il faut prendre garde à la diuiſion du coſté du quarré. Car s'il eſt diuiſé en 60 parties, comme il eſt

ordinairement, il faudra prendre 30, pour 50, & 15, pour 25. Ce qui sera dit aussi pour l'exemple suiuant.

Si on veut se seruir du quarré stable, qui toutesfois n'est pas si propre à ceste operation : auant que de dresser le rayon visuel, par les pinnules, on doit mettre la ligne de foy sur la diagonale, puis s'approcher ou reculer iusques à ce que le faiste de la hauteur puisse estre veu par les pinnules, & que le costé A D, soit equidistant ou parallele à l'horizon.

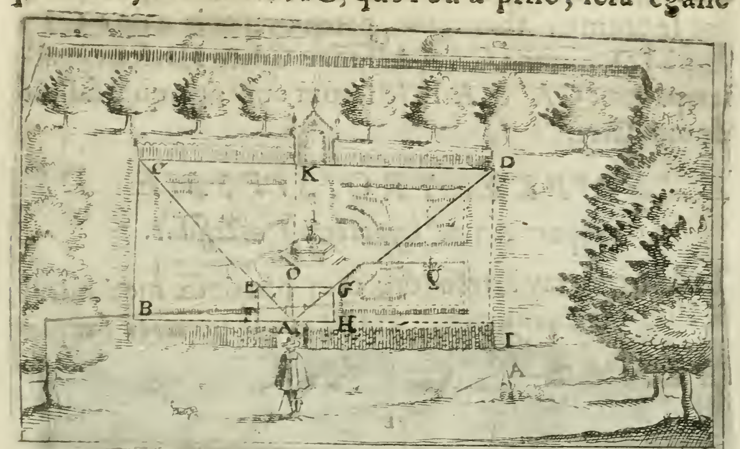
Demonstration.

D'Autant qu'au triangle A B C, la ligne droitte D E, est parallele au costé B C, par l'hypothese, les triangles A D E & A B C seront equiangles, par le 1. theoreme, parquoy par la 4 du 6 A D sera à D E, comme A B, à B C, mais A D, & D E, sont égalles, partant A B, & B C, le seront aussi, ce qu'il falloit demonstrer.

EXEMPLE SECOND DU rapport d'une longueur accessible.

SOit ceste longueur accessible A B, qu'il faille rapporter sur la superficie de la terre, en vn autre lieu plus commode pour la pouuoir mesurer, & n'importe pas qu'icelle soit parallele à l'horizon, ou qu'elle decline de sa superficie : pour ce faire, soit l'instrument disposé en telle sorte au point A, que son costé A F, soit en mesme ligne auec la longueur A B, & soit dressé vn rayon visuel, le long de l'autre costé A E, afin que quelqu'vn fiche vn baston le long dudit rayon, comme au point K. Cela fait soit mise la ligne de foy sur la diagonale, & qu'on s'approche, ou recule du point A, selon la ligne A K, iusqu'à ce que par les pinnules on puisse voir le point B, & le long du costé C I, le point A, car

pour lors, la distance A C, que l'on a prise, sera égalle



à la longueur A B; comme si cela s'est rencontré au point C, la ligne C A, sera égalle à la ligne A B, qu'il falloit rapporter.

Autrement : si la longueur AB, est si grande que l'on ne puisse prendre vne ligne à droit, ou à gauche, qui luy soit égalle, que l'on mette la ligne de foy sur les 50, ou 25 parties du costé D G, & ayant fait la semblable operation, la distance que l'on aura prise, sera la moitié, ou quatriesme partie de la longueur AB, qu'il faut rapporter. Par ceste methode on mesure aisément & precisémēt les largeurs des riuieres, & autres lignes.

Le quarré pendant ne peut faire ces operations, si ce n'est qu'ayant mis le filet sur la diagonale, on ne dresse vn rayon visuel le long d'iceluy, ce qui est vn peu plus difficile à prattiquer.

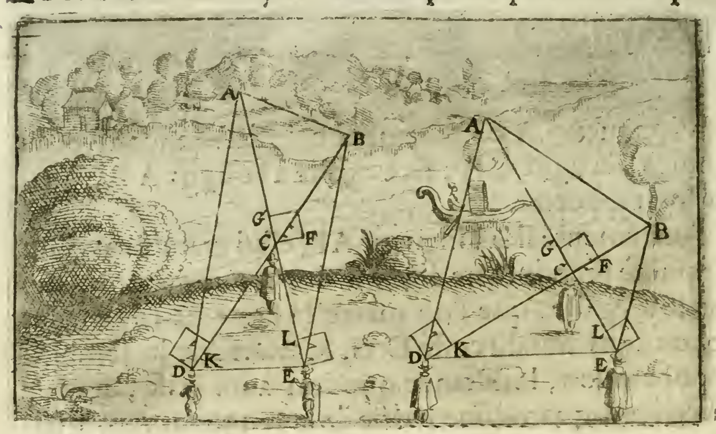
Demonstration.

D'Autant qu'au triangle A B C, la ligne droitte ID, est parallele au costé AB, par la situation du

quarré, les triangles CID, & CAB, seront equiangles, par le premier theoreme, parquoy par la 4 du 6 CI, sera à ID, comme CA, à AB, mais CI, & ID, sont égalles, partant CA, & A B, le seront aussi; ce qu'il falloit demonstrer.

EXEMPLE TROISIESME DV rapport d'vne hypotenuse accessible.

I'Enseigneray à resoudre cecy par deux methodes. Premierement ayant trouué par le premier exẽple



l'interualle CA, égal à la hauteur AB. Si on desire rapporter sur la superficie de la terre l'hypotenuse CB, il faudra se reculer selon la ligne AC, dressant vn rayon visuel par les pinnules vers le point B, iusques à ce que le filet couppe $41\frac{1}{2}$ de la hauteur du quarré, comme il arriue au point D: car pour lors l'interualle des stations CD, sera égal à l'hypotenuse CB, qu'il falloit rapporter. Autrement & plus generalement.

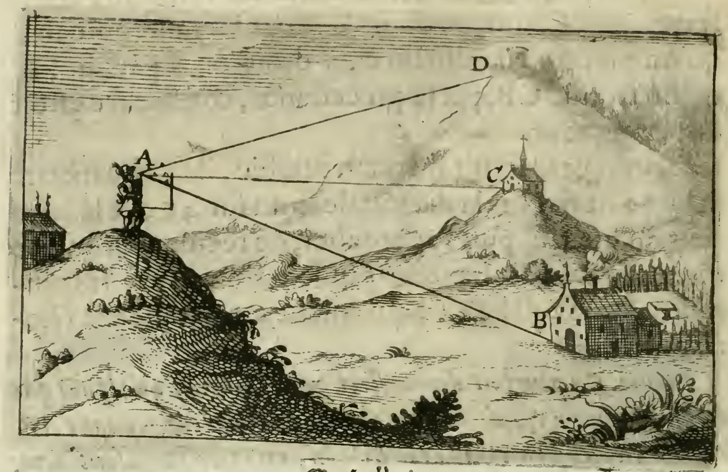
S'il n'y a point de commodité de retraitte, ayant fait vn angle droit, au point C, auec l'hypotenuſe BC, qu'on prenne vne diſtance, à droit ou à gauche, & qu'on trouue CB, par la precedente, comme ſi c'eſtoit vne longueur.

Si on veut ſe ſeruir du quarré ſtable, il faudra mettre la ligne de foy ſur la diagonale, puis ſur $41\frac{1}{2}$, de la hauteur du quarré, puis s'approcher, ou reculer, iuſqu'à ce que le faiſte de la hauteur puiſſe eſtre veu par les pinnules, & le coſté DE equidiſtant ou parallele à l'horizon.

Scholie. On pourroit demonſtrer par nombres, qu'il faut que le filet, coupe $41\frac{1}{2}$, *de la hauteur du quarré : car prenant AB, comme* 1, *AC ſera auſſi* 1, *& BC, l2, en apres ſuppoſant CD, eſtre égal à CB, la ligne CD ſera auſſi l2, & la totale DA, l2 + 1, parquoy par la regle de trois, ſi DA, qui vaut l2 + 1, donne BA,* 1, *que donnera DE, qui contient* 100*? le* 4 *proportionnel trouué donnera* $41\frac{1}{2}$, *à plus pres, pour la hauteur du quarré couppé EF.*

EXEMPLE QVATRIESME DV *rapport d'vne hauteur & longueur inacceſſible.*

SOit ceſte hauteur inacceſſible AB, la hauteur d'vne montagne qu'il faille rapporter, ſur la ſuperficie de la terre, pour la pouuoir meſurer : pour ce faire, ſoit trouué par le premier exemple, l'interualle CA, qui eſt égal à la hauteur AB, & que l'on ſe recule, ſelon la ligne AC, iuſques à ce que le filet coupe 50 parties de la hauteur du quarré, comme il arriue au point D. Car pour lors l'interualle des ſtations CD, ſera egal à la hauteur inacceſſible AB, qu'il falloit rapporter.



Corollaire.

DE la s'ensuit que la distance AC, sera cogneuë, estant egalle à la hauteur AB.

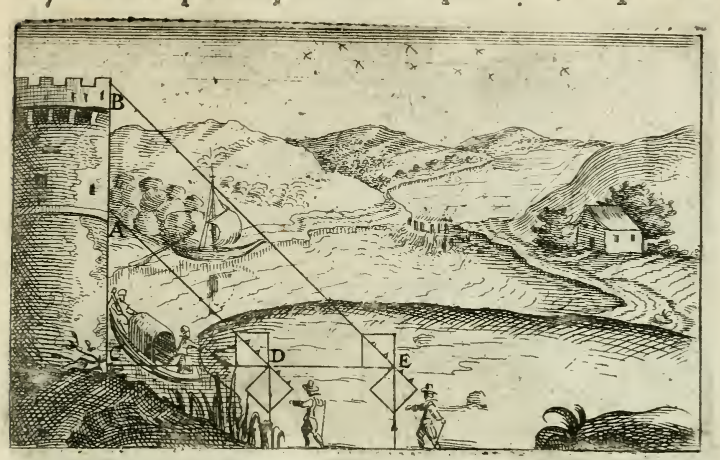
Demonstration.

DAutant que par le premier exemple, les lignes CA, & AB, sont egales, & par le mesme la ligne DA, est double de la ligne AB, la ligne DC, qui en est la moitié, sera égalle aussi à BA, ou à AC, ce qu'il falloit demonstrer.

EXEMPLE CINQVIESME DV *rapport de la partie d'vne hauteur inaccessible.*

SOit ceste partie de hauteur AB, vne tour située sur vne montagne, qu'il faille rapporter sur la superficie de la terre, afin de la pouuoir mesurer: pour ce faire soit trouué par le premier exemple, l'interualle ou distance CE, qui est égal à toute la hauteur BAC, & que l'on s'approche, selon la ligne EC, en dressant vn

rayon visuel par les pinnules au point A, iusques à ce



que le fil tombe sur la diagonale du quarré, comme il arriue au point D. Car pour lors l'interualle des stations ED, sera égal à la partie de la hauteur AB, qu'il falloit rapporter.

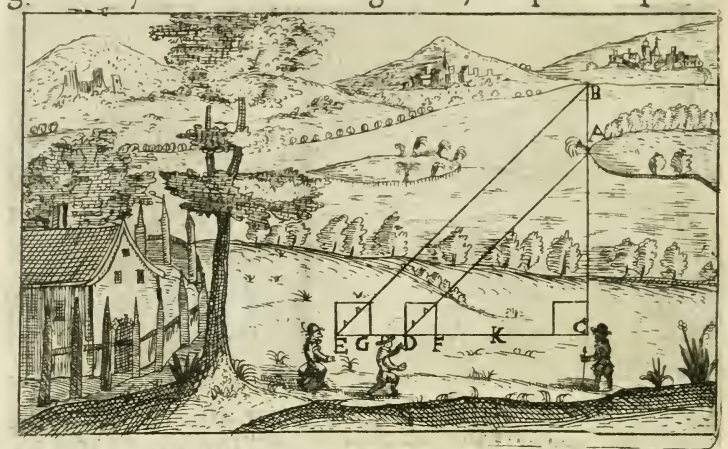
Demonstration.

DAutant que par le premier exemple DC, & CA, sont lignes égalles, & par le mesme EC, & CD, si de choses égalles EC, CB, on oste choses égalles DC, CA, les restes ED, & AB, seront égaux, ce qu'il falloit demonstrer.

EXEMPLE SIXIESME DV rapport de la partie d'vne longueur inaccessible.

SOit ceste partie de longueur AB, qu'il faille rapporter sur la superficie de la terre, en vn autre lieu plus commode, afin de la pouuoir mesurer: pour ce faire, ayant prins le point C, en mesme ligne, auec la lon-

gueur AB, & fait l'angle droit ACK, par le moyen de l'inſtrument, qu'on ſe recule ſelon la ligne CK, (la ligne de foy eſtant ſur la diagonale) iuſqu'à ce que le



long du coſté DF, on puiſſe voir le point K, & par les pinnules le point A, comme il arriue au point D. En apres qu'on ſe recule derechef, ſelon la ligne CK, ſans toucher à la ligne de foy, iuſqu'à ce que le long du coſté EG, on puiſſe voir le point K, & par les pinnules le point B, comme il arriue au point E. Car pour lors l'interualle des ſtations ED, ſera égal à la partie de la longueur AB, qu'il falloit rapporter.

Corollaire.

DE là il ſera aiſé à cognoiſtre toute la longueur BC, qui eſt égalle à CE, & le reſte de la longueur AC, qui eſt égalle à CD.

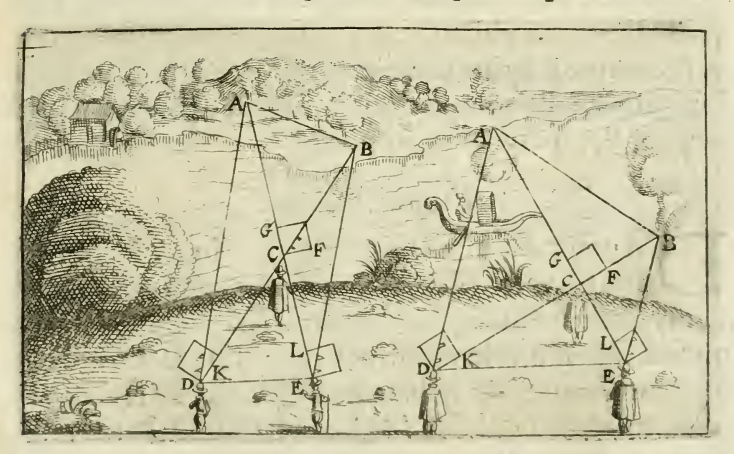
Demonſtration.

DAutant que par le 2 exemple, les lignes EC, & CB, ſont égalles, & par le meſme DC, & CA, ſi

de choſes égalles EC, & CB, on oſte choſes égalles DC, & CA, les reſtes ED, & AB, ſeront égaux: ce qu'il falloit demonſtrer.

EXEMPLE SEPTIESME D'VNE largeur eſloignée.

SOit ceſte largeur eſloignée AB, qu'il faille rapporter, ſur la ſuperficie de la terre, en vn autre lieu plus commode, afin de la pouuoir meſurer; pour ce faire, qu'on s'approche ou recule de la largeur, en dreſſant deux rayons viſuels, le long des deux coſtez de l'inſtrument, iuſqu'à ce qu'on puiſſe voir les deux extremitez A, & B, comme il arriue au point C. Puis ayant mis la ligne de foy ſur la diagonale, qu'on ſe recule, ſelon la ligne BC, iuſques à ce que le long du coſté DK, on puiſſe voir le point C, & par les pinnules, l'ex-



tremité A: comme il arriue au point D. Finalement ſans changer la ligne de foy, qu'on ſe recule ſelon la ligne AC, iuſqu'à ce que le long du coſté EL, on puiſſe

voir le point C, & par les pinnules l'extremité B: comme il arriue le Geometre estant en E. Car pour lors l'interualle compris entre D, & E, sera égal à la largeur BA, qu'il falloit rapporter.

Que s'il y a de l'incommodité ou du danger d'approcher si pres, ayant mis la ligne de foy sur la diagonale, qu'on s'approche ou se recule, de la largeur, en dressant deux rayons visuels, l'vn le long du costé, & l'autre par les pinnules, iusqu'à ce que l'on puisse voir les deux extremitez A, & B. Et soit noté le point C, ou cela arriue. Puis ayant mis la ligne de foy sur $42\frac{1}{2}$, que l'on se recule selon la ligne BC, iusques à ce que le long du costé DK, on puisse voir le point C, & par les pinnules l'extremité A, comme il arriue au point D. Finalement sans changer la ligne de foy, qu'on se recule selon la ligne AC, iusques à ce que le long du costé EL, on puisse voir le point C, & par les pinnules l'extremité B, comme il arriue le Geometre estant en E. Car pour lors l'interualle compris entre D & E, sera égal à la largeur BA qu'il falloit rapporter.

Demonstration.

D'Autant qu'au triangle BCE, l'angle BCE, est droit, & BEC demy droit, l'angle CEB sera aussi
*32 1 demy droit, * & seront les lignes CB, CE égalles *. De
*6.1. mesme façon on demonstrera que CD, & CA, sont égalles: parquoy les triangles BCA, & ECD, ayant deux costez BC, & CA, égaux à EC, CD, & semblablement les angles au point C, * par la quatriesme du
*15 1. premier les bases BA, & ED, seront égalles, ce qu'il falloit demonstrer.

F I N.



TABLE DES CHAPITRES ET PROPOSITIONS DE CE LIVRE.

CHAPITRES.

PROPOSITIONS.

Fautes à corriger.

Page 29. ligne 10. lisez à l'hypotenuse pag. 33. l. 22. au lieu de BC, lisez, DC, p. 55. l. 22. lisez AD, pour AE & AB pour EB, p 73. l. 18. lisez EF & EC pour AF & AC p. 77. l. 11. & 12. lisez DL & LC. p. 78. l. derniere lisez HA pour GA, p. 85. l. 26. lisez GL pour KL. p. 90 l. 16. lisez FK pour FI, p. 93. l. 2 lisez IG pour GF, p 106. l. 4. la Demonstration doit estre faite par le 1. theor. p. 109. l. 12. lisez BEK pour AEK, p. 113. l. 8. lisez HA pour IA, p. 125 l. 2. lisez G pour C, p. 138. l. 22. lisez BD, p. 153 en marge lisez 14. 1. pour 15. 1. p. 169. l. 9. lisez CB pour CD, p. 174 l. 23. lisez BCE pour BEC.

